

## 相對差商法於群樁基礎設計最佳化之應用

鍾明劍<sup>1</sup> 黃俊鴻<sup>2</sup> 莊德興<sup>3</sup>

關鍵詞：樁基礎、最佳化設計、相對差商法、場鑄樁。

### 摘 要

本文應用相對差商法 (Relative Difference Quotient Algorithm, RDQA) 進行橋梁場鑄群樁基礎之最佳化設計。群樁基礎設計的最佳化數學模型包含七個獨立之離散設計變數，依設計規範要求建立設計變數之束制條件，以工程造价為目標函數進行最低價可行解之搜尋。文中提出一套最佳化搜尋程序 (Modified RDQA, MRDQA)，該程序係修正自相對差商法 (RDQA) 理論，文中以竭盡搜尋法 (Exhaustive Search Method, ESM) 所得之全域最佳解來檢驗 MRDQA 的搜尋性能，透過兩個實際案例分析，顯示 MRDQA 於國道東部路段設計案例可找到全域最佳解，於日本道路橋設計案例所得設計解與全域最佳解的工程造价差距僅約 1.69%，顯示 MRDQA 的搜尋成效良好，可穩定地求得一個合理、可靠的近似最佳解，甚至為全域最佳解。

## OPTIMAL DESIGN OF PILED FOUNDATIONS USING RELATIVE DIFFERENCE QUOTIENT ALGORITHM

Ming-Chien Chung Jin-Hung Hwang Der-Shin Juang

*Department of Civil Engineering  
National Central University  
Chung-Li, Taiwan 32054, R.O.C.*

*Key Words:* piled foundation, optimum design, relative difference quotient algorithm, bored piles.

### ABSTRACT

This paper presents the application of relative difference quotient algorithm (RDQA) to the least cost design of bored piled foundations. The objective function is the combined costs of soil excavation, pile cap, piles, and soil backfill. The design variables, including pile length, pile diameter, depth of pile cap, pile spacing, and pile number, are all discrete. RDQA is a local search method. It was developed based on the assumption that the objective and constraint functions are all monotonic functions. However, the problem of a piled foundation design belongs to a multi extreme values problem. The objective and constraint functions are not monotonic ones. Therefore, a modified RDQA (MRDQA) searching procedure and a strategy for determining the initial design are proposed in this paper. The efficiency and validity of MRDQA will be verified by comparing the solutions with the global optimum solutions obtained from exhaustive search method (ESM). The comparative results of two cases have shown that the errors of the solutions obtained by MRDQA are around 1.69% and 0.00%, respectively.

<sup>1</sup> 國立中央大學土木工程學系博士、中興工程顧問社大地工程研究中心研究員

<sup>2</sup> 國立中央大學土木工程學系教授

<sup>3</sup> 國立中央大學土木工程學系教授

## 一、前言

樁基礎為常見之橋梁基礎，廣泛地使用於軟弱地層或河川地形，以克服地基承載力不足或河川淘刷等問題，以台灣高速鐵路計畫為例，其路線結構約有 75% 採用高架橋型式，其基礎型式均採大口徑的鑽掘式場鑄樁基礎，所使用之樁數目超過 30,000 根，設計直徑介於 1.5 至 2.5 公尺，平均樁長約為 50 至 60 公尺左右，最大樁長約達 72 公尺 [1]，基礎工程費用龐大。上述台灣高速鐵路計畫之橋樑樁基礎若能進行最佳化設計，預期可節省可觀的基礎費用，使資源得到更有效地應用。限於時間與人力，目前工程界採用的樁基礎設計方法多屬於試誤設計程序，只要依經驗選取之設計解，經分析後滿足設計規範的要求，通常就完成該設計案。此種設計結果往往偏於保守，而忽略對經濟性之要求。目前營建產業高度競爭，大型工程建設多採 BOT 方式執行，能進行兼具安全與經濟性之設計，在市場上才有高度之競爭力，這也突顯工程最佳化設計之重要性及急迫性。

最佳化理論於工程規劃與設計上之應用雖已有多年的歷史，但於樁基礎工程的應用仍然相當有限 [2~6]，其中大多數的研究結果與工程實務設計的現況相差甚遠，尚難應用於實際工程設計中。如 Chow 與 Thevendran [2]、Hobak 與 Truman [3] 的研究都以基礎輕量化設計為目標，Kim *et al.* [4] 的研究係以樁帽差異沉降量最小為目標，上述文獻均未考慮樁帽尺寸、樁數、與基樁位置為設計變數，故無法獲得真正最佳設計解之結果。Valliappan, *et al.* [5] 則嘗試以通用梯度法 (generalized reduced gradient method) 探討群樁基礎之最佳化設計問題，其設計變數包括樁帽厚度、樁尺寸、長度與數量等。惟該研究中所考慮的束制條件只有基礎沉降量與差異沉降量，並未包含其他應力與變形束制；其樁帽平面尺度為固定值，基樁則配置於預先設定之位置，這些假設與實務設計有相當大之差異，因此該研究之結果尚無法應用於實際之樁基最佳化設計上。

為了改善上述文獻沒有考量工程實務設計需求的缺失，莊與吳 [6] 曾嘗試利用離散拉格朗日法 (discrete Lagrangian method) 針對打擊式預鑄群樁基礎進行配置最佳化設計，該研究目標在使設計解能滿足國內基礎設計規範之要求下，達到最低價設計解之目標。該研究雖已大幅改善此類研究與實務設計之差距，惟對群樁基礎受力與變形的分析仍然過於簡化，尚與實務設計有距離；此外相關群樁效應、液化折減和樁帽阻抗等重要因素均未考慮，故仍有改進空間。

檢討上述文獻，作者認為群樁基礎最佳化設計之研究應分為兩大部分來進行，第一部份應依照相關現行設計規範 [7~11] 建立一套能符合設計實務的設計分析模式，以此模式發展一套群樁基礎設計自動化程式，經以眾多設計實例驗證此套程式正確無誤後，再以竭盡搜尋法 (Exhaustive Search Method, ESM)，變化所有相關設計變數之範圍建立全域基本解，並搜尋出滿足設計規範要求下之最低價可行解，此解即為該案例的全域最佳解。此部分工作之目的，在提供驗證後續最佳化搜尋法之正確性與搜尋效率所需之

全域背景解。作者等人 [12] 曾以「道路橋耐震設計相關資料集」[13] 之案例，參考營建物價 [14] 和國內著名顧問公司所提供之工程單價資料，完成上述設計分析模式的建立、自動化設計程式的發展與驗證、以及建立全域基本解 (背景解) 的工作。該研究結果顯示，以 ESM 所得全域最佳解的工程造價比原設計節省約 31.8%，此項結果顯示傳統工程界採用之試誤設計程序在設計結果的經濟性，尚有很大的改進空間。此外，由全域基本解之幾何圖形，可發現基樁設計最佳化的問題是一個高度非線性、多極值的最佳化問題，要搜尋到全域最佳解並非易事。

雖然，利用 ESM 一定可以在離散設計變數空間找出全域最佳解，但需對離散設計變數的所有可能組合之設計方案進行分析，計算工作相當耗時，無法符合實務上對設計時間的要求 [12]。為了能讓最佳化的觀念落實在基樁設計實務上，第二部分應進行之工作則為如何透過最佳化演算法，可以在工程實務可接受之計算時間內獲得近似最佳化的設計結果。本文為第二部份研究工作之重點內容，文中說明如何應用相對差商法 (Relative Difference Quotient Algorithm, RDQA) 於樁基礎最佳化設計工作，並提出一套最佳化搜尋程序 (Modified RDQA, MRDQA)，可搜尋出一個合理、可靠的近似最佳解。文中以兩個實際設計案例，利用全域最佳解測試 MRDQA 之性能，文中並提出以安全餘裕指標 [12] 檢核設計方案的安全度及經濟性。

## 二、樁基礎最佳化設計的數學模型

本文以場鑄樁為研究對象，假設所有基樁長度皆相等，並將基樁對稱排列成矩形。群樁基礎最佳化設計是以工程造價作為目標函數，基於設計實務的考量，所有設計變數均以離散變數處理，主要包括樁長 ( $L_p$ )、樁徑 ( $D$ )、樁帽厚度 ( $H_c$ )、兩向樁距 ( $S_L$ 、 $S_T$ ) 及兩向樁數 ( $N_L$ 、 $N_T$ ) 等七個，其中基樁數量為整數。此七個獨立之設計變數涵蓋基樁數量、配置位置、基樁與樁帽幾何尺寸等重要設計變數，較一般單獨考量構材斷面或形狀之結構最佳化設計問題複雜許多。本研究群樁基礎設計之相關尺寸、符號以及外力作用方向可參考圖 1。

作者等人 [12] 考量設計規範 [7~11] 之要求，整理群樁基礎設計與分析流程如圖 2 所示，採兩階段設計，於第一階段中先依蒐集之資料選擇基樁型式與設計參數，再分別按常時及地震狀態進行分析設計，其中地震狀態是採中小地震的震度法設計，設計時可選擇是否考量：1) 土壤液化；2) 群樁效應；3) 樁帽阻抗等因素。第二階段則根據樁帽與基樁的配筋結果，檢核樁帽彎矩強度及基樁強度。上述設計分析模式已於文獻 [12] 中有詳細說明並列舉公式，本文不重複贅述，僅就最佳化模型之目標函數與束制條件等重要之公式分述如后。

### 2.1 目標函數

群樁基礎最佳化設計的目標函數  $F(X)$  定義為工程總造價，其中  $X$  表一組設計變數，即  $X = [L_p, D, H_c, S_L, S_T, N_L, N_T]$ 。

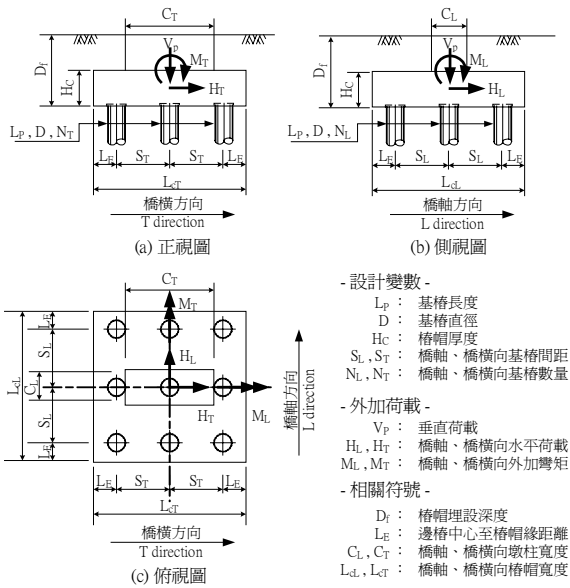


圖 1 樁基礎尺寸符號及外力作用示意圖

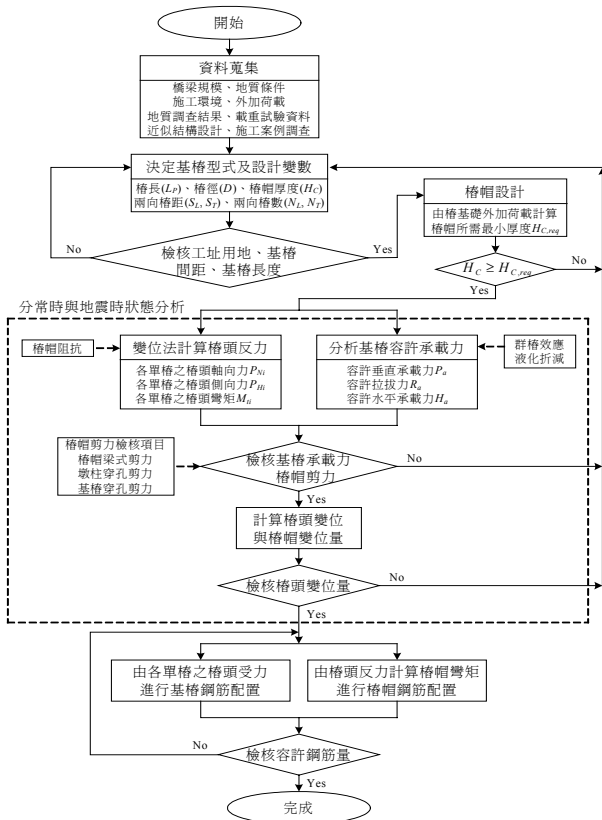


圖 2 群樁基礎設計與分析流程

若依工程施工順序可概分為土方開挖費用 ( $F_1$ )、基樁費用 ( $F_2$ )、樁帽費用 ( $F_3$ ) 及回填夯實費用 ( $F_4$ )，故  $F(X)$  可表示為

$$F(X) = F_1(X) + F_2(X) + F_3(X) + F_4(X) \quad (1)$$

### 2.1.1 土方開挖費用

土方開挖費用  $F_1(X) = V_{cut} f_1$ ，其中  $V_{cut}$  為土方開挖體積， $f_1$  為土方開挖單價。土方開挖方式係假設自地表以  $45^\circ$  向下開挖至樁帽埋設深度  $D_f$  來計算，且開挖面底部預留  $1.0 \text{ m}$  作為施工空間，故  $V_{cut}$  可寫為

$$V_{cut} = L_{cL} L_{cT} D_f + D_f^2 (L_{cL} + L_{cT} + 2) + D_f (L_{cL} + L_{cT} + 1) + \frac{4}{3} D_f^3 \quad (2)$$

### 2.1.2 基樁費用

本文以場鑄式群樁基礎為研究對象，故基樁費用包括混凝土、鋼筋材料及基樁施工等費用，而基樁施工費用依地質狀況不同，分成沖積層、礫石層以及軟岩等三部分來估價。因此  $F_2(X) = N_L N_T (V_{pc} f_2 + V_{ps} \gamma_s f_3 + L_p f_4)$ ，其中  $V_{pc}$  為基樁混凝土體積，係取整根基樁體積扣除基樁內鋼筋總體積  $V_{ps}$ ，因  $V_{ps}$  為基樁的鋼筋體積，需乘上單位重  $\gamma_s$  換算成重量估價， $f_2$  為混凝土單價， $f_3$  為鋼筋單價， $f_4$  為基樁施工單價。

### 2.1.3 樁帽費用

樁帽費用包括模版組裝、混凝土和鋼筋等材料與施工費用，故  $F_3(X) = A_{cap} f_5 + V_{cc} f_2 + V_{cs} \gamma_s f_3$ ，其中  $A_{cap}$  為模版組裝面積， $V_{cc}$  為樁帽混凝土體積，係樁帽總體積扣除所需之鋼筋體積  $V_{cs}$ ，因  $V_{cs}$  為樁帽的鋼筋體積，需乘上單位重  $\gamma_s$  換算成重量估價， $f_5$  為模版組裝單價。

### 2.1.4 回填夯實費用

回填夯實費用  $F_4(X) = V_{fill} f_6$ ，其中  $V_{fill}$  為回填夯實體積，係土方開挖體積扣除地表下樁帽及墩柱所佔體積， $f_6$  為土方回填單價。

## 2.2 束制條件

群樁基礎最佳化設計的束制條件是考量設計規範 [7~11] 之要求而設定，包含：1) 用地限制；2) 基樁間距；3) 基樁長度；4) 樁帽剪力；5) 基樁容許承載力；6) 樁頭變位量等六項，茲分述如下。

### 2.2.1 用地限制

用地限制係考量樁帽尺寸及開挖所需範圍 (自地表以  $45^\circ$  向下開挖至樁帽埋設深度  $D_f$ ) 須小於工址可用之地權範圍，假設  $i$  向樁帽尺寸之上限為  $(L_{ci})_u$ ，則束制條件如式 (3) 所示，其中  $N_i$  與  $S_i$  分別為樁帽  $i$  向之基樁數量與基樁間距。

$$g_1(X) = \frac{(N_i - 1) S_i + 2(D + D_f + 1)}{(L_{ci})_u} - 1 \leq 0 \quad (3)$$

### 2.2.2 基樁間距

基樁間距限制係為避免群樁效應造成群樁承載力過度地降低，以及避免施工時影響已完成鄰樁之品質。規範 [7] 規定場鑄樁的最小樁距不得低於樁徑的 2.5 倍，且不可小於  $75 \text{ cm}$ ，故束制條件可寫為

$$g_2(X) = \frac{\max(0.75, 2.5D)}{S_i} - 1 \leq 0 \quad (4)$$

其中  $S_i$  為樁帽  $i$  向之基樁間距。

### 2.2.3 基樁長度

樁長限制係考量現有機具之施工能力，假設機具施作能力為  $(L_P)_u$ ，則

$$g_3(X) = \frac{L_P}{(L_P)_u} - 1 \leq 0 \quad (5)$$

### 2.2.4 樁帽剪力

樁帽剪力強度主要是檢核梁式剪力、墩柱與邊樁之穿孔剪力 [11]，文獻 [12] 曾參考規範 [7] 的要求，考量 1) 剛性體所要求之厚度；2) 樁帽抗剪所需厚度；3) 樁頭接合方式等因素，可推導出場鑄樁所需最小樁帽厚度  $H_{C,req}$ ，故樁帽剪力的束制條件可改為

$$g_4(X) = \frac{H_{C,req}}{H_C} - 1 \leq 0 \quad (6)$$

### 2.2.5 基樁容許承載力

單樁容許承載力可分為軸向與側向兩種，軸向容許承載力  $P_a$  包含樁側摩擦力及樁底點承力，依規範 [7] 建議採用式(7)計算。

$$P_a = \frac{\sum f_{si} A_{pi} + q_b A_b}{FS} \quad (7)$$

式中  $A_{pi}$ 、 $A_b$  分別為各樁側段之側面積與樁底面積， $f_{si}$  為各樁側段單位摩擦力， $q_b$  為樁底單位承載力 ( $f_{si}$  與  $q_b$  之計算公式採用日本道路橋示方書下部構造篇 [7] 之規定)， $FS$  為安全係數，此安全係數常時取 3.0、地震時取 2.0。

側向容許承載力  $H_a$  於設計規範 [7~11] 中並未說明，本文考量一般設計要求樁頂水平變位應小於樁頂容許水平變位  $\delta_a$  (1.5 cm 與 0.01D 取大值)。因此在假設樁頭與樁帽為嵌固 (fixed) 狀態，可採張氏法 [15] 反推樁頂容許水平變位  $\delta_a$  時之水平力為側向容許承載力  $H_a$ ，其計算公式為

$$H_a = 4EI\beta^3\delta_a \quad (8)$$

式中  $\beta$  為單樁特徵值， $EI$  為單樁之撓曲剛度。而  $\beta = \sqrt[4]{k_h D / (4EI)}$ ，其中  $k_h$  為水平地盤反力係數 ( $kN/m^3$ )，可依式(9)計算 [16]。

$$k_h = 0.34 (\alpha_h E_0)^{1.10} D^{-0.31} (EI)^{-0.103} \quad (\text{kgf/cm}^3) \quad (9)$$

式中常數  $\alpha_h$  常時取 1.0、地震時取 2.0； $E_0$  為土壤變形係數，文獻 [16] 建議可取  $E_0 = 28 \text{ N (kgf/cm}^2)$ 。因式(9)為經驗公式，計算結果必須將單位轉換為  $kN/m^3$  才可用來計算  $\beta$ 。

文獻 [12] 建議可由外加荷載以變位法 [7]，計算出各單樁樁頭所承受之外力 (軸向力  $P_N$ 、側向力  $P_H$ 、彎矩  $M$ )。

因此，單樁容許承載力的束制條件可寫為

$$g_5(X) = \frac{P_N}{P_a} - 1 \leq 0 \quad (10)$$

$$g_6(X) = \frac{P_H}{H_a} - 1 \leq 0 \quad (11)$$

若作用彎矩過大，導致單樁產生拉拔力  $R_N$  時，需檢核  $R_N$  是否小於單樁軸向容許拉拔力  $R_a$ ，單樁軸向容許拉拔力的束制條件可寫為

$$g_7(X) = \frac{R_N}{R_a} - 1 \leq 0 \quad (12)$$

其中，單樁軸向容許拉拔力  $R_a$  依規範 [7] 建議採用式(13)計算。

$$R_a = W_p + \frac{1}{FS} \sum_i f_{si} A_{pi} \quad (13)$$

式中  $W_p$  為單樁樁體自重， $f_{si}$  為各樁側段單位摩擦力， $A_{pi}$  為各樁側段面積， $FS$  為安全係數，此安全係數常時取 6.0、地震時取 3.0。

一般欲避免群樁效應則樁距需達 6.0 ~ 8.0 倍樁徑以上，此於工程應用上難以接受，故須考量軸向與側向承載之群樁效應。文獻 [12] 建議軸向群樁折減係數  $\xi_v$  採應力疊加修正公式 [17]、側向群樁折減係數  $\xi_h$  採用劉 [18] 建議之群樁折減公式。

### 2.2.6 樁頭變位量

樁頭水平變位  $\delta$  可依文獻 [12] 建議由外加荷載以變位法計算，而規範 [7] 建議樁頂容許水平變位  $\delta_a$  於常時設計應取 1.0 cm；中小地震設計應取 0.01D，且不可小於 1.5 cm。此束制條件可寫為

$$g_8(X) = \frac{\delta}{\delta_a} - 1 \leq 0 \quad (14)$$

## 2.3 安全餘裕指標

安全餘裕指標之主要功能在於瞭解設計方案於各種設計要求檢核項的保守程度，本研究安全餘裕指標  $S$  定義如下：

$$S = \left( 1 - \frac{V_d}{V_{all}} \right) \times 100\% \quad (15)$$

其中  $V_d$  為設計方案透過結構分析所得之狀態變數，如分析所得之基樁受力及樁頭變位量等， $V_{all}$  為設計方案要求狀態變數之規範容許值，如基樁容許承載力及樁頭容許變位量等。

本文共有八項安全餘裕指標，分別包括 S1 為單樁承載力檢核，S2 為單樁拉拔力檢核，S3 為群樁承載力檢核，S4 為群樁水平力檢核，S5 為樁頭位移檢核，S6 為橋墩穿孔剪力檢核，S7 為邊樁穿孔剪力檢核，S8 為梁式剪力檢核。

### 三、最佳化演算法

#### 3.1 竭盡搜尋法 (ESM)

ESM 係將離散設計變數可能變化範圍的設計解都進行分析計算，再根據最佳化的目標進行比較搜尋，找出所追求之最佳解。應用於樁基礎設計問題時，需先瞭解各設計變數於工程實務設計上之可能變化範圍，再將變化範圍內的所有可能設計變數組合之方案進行分析計算，在所有設計結果中剔除不可行設計方案，即為可行設計方案之集合，在此集合內依工程造價排序，即可找出全域最低價可行設計方案，即為本文定義的全域最佳解。雖然利用 ESM 一定可以在離散設計變數空間找出全域最佳解，惟此法必須對離散設計變數所有可能組合之方案進行分析計算，因此計算時間與過程極為耗時，不能滿足工程實務上對設計分析時間的一般要求 [12]，本文係以 ESM 所得全域最佳解來檢驗 MRDQA 的搜尋性能。

#### 3.2 相對差商法的回顧

本文採用相對差商法 (RDQA) [19] 在離散設計變數空間搜尋最佳解，此法係藉由差商值的計算結果判斷設計變數之移動方向。由於 RDQA 是用來處理離散問題，故各設計變數對目標函數和束制函數的影響是根據設計點與鄰點間之有限差商來計算。為方便說明，設計變數向量  $X = [L_p, D, H_c, S_L, S_T, N_L, N_T]$  將以  $X = [x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7]$  表示，其中  $x_i \in S_i$ ， $S_i$  為變數  $x_i$  可以選用之離散數值的集合，而符號  $x_{i,j}$  表示變數  $x_i$  取集合  $S_i$  的第  $j$  個值。

RDQA 為一種鄰點搜尋法，在離散設計空間中，一組設計變數  $X$  的鄰點  $N(X)$  是指各變數方向的鄰點集合，定義為

$$N(X) = \bigcup_{i=1}^n \{P_i, Q_i\} \quad (16)$$

其中， $P_i$  及  $Q_i$  分別代表設計變數  $X$  沿  $i$  方向的下界鄰點及上界鄰點，例如：圖 3 所示之  $P_1$  和  $P_2$  即為二維離散設計空間中  $X$  之下界鄰點  $N(X)$ ； $Q_1$  和  $Q_2$  則為其上界鄰點  $N_u(X)$ 。

根據式(16)的定義可知，設計點  $X$  與其任一鄰點的差異只是  $X$  中某一設計變數  $x_i$  的值不同，當  $X$  中之  $x_i$  值由  $x_{i,j}$  變更為  $x_{i,j+1}$ ，而其他設計變數不變時，其目標函數和束制函數的差商可分別定義為

$$\frac{\Delta F_i}{\Delta x_i} = \frac{F(x_1, \dots, x_{i-1}, x_{i,j}, x_{i+1}, \dots, x_n) - F(x_1, \dots, x_{i-1}, x_{i,j+1}, x_{i+1}, \dots, x_n)}{x_{i,j+1} - x_{i,j}} \quad (17a)$$

$$\frac{\Delta Z_i}{\Delta x_i} = \frac{Z(x_1, \dots, x_{i-1}, x_{i,j}, x_{i+1}, \dots, x_n) - Z(x_1, \dots, x_{i-1}, x_{i,j+1}, x_{i+1}, \dots, x_n)}{x_{i,j+1} - x_{i,j}} \quad (17b)$$

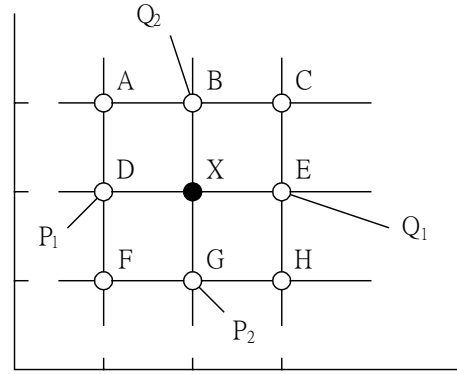


圖 3 二維離散空間中設計變數  $X$  的鄰點

其中  $Z$  代表統一束制函數值 [19]，其定義為

$$Z(X) = \left( \sum_j \max(0, g_j(X))^2 \right)^{1/2} \quad (18)$$

由統一束制函數的定義可知  $Z(X) \geq 0$ ，其中  $Z(X) > 0$  代表  $X$  為不可行解 (infeasible solution)，其值越低則  $X$  越接近可行區 (feasible region)；當  $Z(X) = 0$  則代表所有束制條件皆滿足，即  $X$  為一可行解。

因 RDQA 假設目標函數與束制函數皆為單調函數，故初始點都取設計空間的下界，並逐步往上界鄰點  $N_u(X)$  的方向搜尋，此時由設計點  $X$  和任一上界鄰點計算得之目標函數和統一束制函數的差值  $\Delta F_i$  及  $\Delta Z_i$  將出現兩種可能的情況。

- (1)  $\Delta Z_i > 0$  且  $\Delta F_i < 0$ ，和
- (2)  $\Delta Z_i < 0$  且  $\Delta F_i > 0$ 。

RDQA 的移動準則是以  $F(X)$  增加最少、 $Z(X)$  降低最多的方向移動，因此每次搜尋時，只要選擇滿足第 (2) 種情況且相對差商  $\beta_i = \Delta Z_i / \Delta F_i$  為最小之上界鄰點為新的設計點，即可以快速搜尋到一個近似最佳的可行解。

為了確保求解品質，故 RDQA 亦建議採用零階和一階修正程序。零階修正程序是指在找到初始可行解之後，再由所有的下界鄰點  $N(X)$  中，找尋目標函數可以繼續下降的可行解，直到所有  $\Delta F_i > 0$  為止；而一階修正程序則是在執行完零階修正之後，再由當時設計點的上、下界鄰點  $N(X)$  中尋找目標函數可以繼續下降之可行解。

上述程序雖然簡單且計算量相對較少，但僅適用於目標函數與束制函數皆為單調函數之問題。然而樁基礎設計的目標函數與束制函數並非單調函數 [12]，故初始階段由設計空間之下界往上界鄰點方向搜尋時，即可能陷在不可行區 (infeasible region) 無法收斂，特別是在設計空間下界的鄰近範圍，因樁徑不足或樁帽尺寸太小而產生沒有足夠空間配筋的情形。另外，RDQA 屬於局部搜尋法，即使可以快速找到局部最佳解，卻無法保證其求解品質。本研究為了確保群樁基礎設計可以獲得品質較佳的局部解和避免陷入不可行區無法收斂，且讓 RDQA 可以由不同初始點開始搜尋，本文乃修改了 RDQA 的搜尋程序，並說明於 3.3 節。

### 3.3 RDQA 修正程序

首先鄰點定義為式(16)的  $N(X)$ ，使搜尋過程中其變數的值可增亦可減，如此即可由不同初始點開始搜尋。當鄰點為  $N(X)$  時，由設計點和其任一鄰點計算所得之目標函數和統一束制函數的差值  $\Delta F_i$  及  $\Delta Z_i$  可能出現表 1 所示的六種組合方式，其中僅有 C1、C2 和 B2 是對改善設計方案有利的情況，其餘三種情況對尋找低價化之可行設計皆無法改善，故鄰點與目前設計點之間的  $\Delta Z_i$  和  $\Delta F_i$  符合 C1、C2 和 B2 三種情況時，才有機會被選為新的設計點。

當  $\Delta F_i$  及  $\Delta Z_i$  符合 C1 和 C2 者是屬於將設計點由不可行區往可行區方向移動的情況，故當  $X$  為不可行解時，符合此二種情況之鄰點都是可考慮採用的鄰點。雖然符合 C1 可以使統一束制函數值降低，但目標函數也會增加，而 C2 則是統一束制函數和目標函數均降低，考量到使目標函數最小化的目的，故選擇鄰點應該根據下述 C2 和 C1 的選擇順序來決定。因此，當  $X$  為不可行解時，RDQA 修正程序的移動準則是根據  $Z(X)$  減少最多、 $F(X)$  增加最少 (C1 情況) 或  $F(X)$  降低最多 (C2 情況) 的方向進行移動，為了同時考慮目標函數與束制函數的變化來選擇最有利之鄰點，故符合 C2 及 C1 者是以相對差商  $\beta_i$  作為選擇鄰點指標，其定義分別為

$$\beta_i^{C2} = -\frac{\Delta Z_i / \Delta x_i}{\Delta F_i / \Delta x_i} = -\frac{\Delta Z_i}{\Delta F_i} \quad (19a)$$

$$\beta_i^{C1} = \frac{\Delta Z_i / \Delta x_i}{\Delta F_i / \Delta x_i} = \frac{\Delta Z_i}{\Delta F_i} \quad (19b)$$

式中  $\beta_i^{C2}$  與  $\beta_i^{C1}$  代表在單位目標函數增量下束制函數的改變量。當  $\beta_i^{C2}$  與  $\beta_i^{C1}$  越低則代表對不滿足之束制函數和目標函數的改善越有利，因此不論選擇指標是 C2 或 C1，都應選擇  $\beta_i$  最小之鄰點移動，而優先順序應先選擇具有  $\beta_i^{C2}$  為最小之鄰點移動，若不存在符合 C2 之鄰點，則選擇  $\beta_i^{C1}$  最小之鄰點移動。

符合 B2 者則屬於在可行區中尋找使  $F(X)$  降低的鄰點，故符合 B2 的情況不會與 C1 及 C2 任一情況同時發生。因此，當  $X$  為可行解時，則 RDQA 修正程序的移動準則便是在可行區中選擇目標函數降低最多的鄰點為主要考量，此時可將符合 B2 之鄰點的選擇指標  $\beta_i^{B2}$  定義為

$$\beta_i^{B2} = \Delta F_i \quad (19c)$$

表 1 RDQA 搜尋方向的組合方式

編號	數學式	意涵
A1	$\Delta Z_i > 0, \Delta F_i > 0$	統一束制函數提高、目標函數增加
A2	$\Delta Z_i > 0, \Delta F_i < 0$	統一束制函數提高、目標函數減少
B1	$\Delta Z_i = 0, \Delta F_i > 0$	統一束制函數不變、目標函數增加
B2	$\Delta Z_i = 0, \Delta F_i < 0$	統一束制函數不變、目標函數減少
C1	$\Delta Z_i < 0, \Delta F_i > 0$	統一束制函數降低、目標函數增加
C2	$\Delta Z_i < 0, \Delta F_i < 0$	統一束制函數降低、目標函數減少

此時所選擇之鄰點為  $\beta_i^{B2}$  最小之鄰點，代表在可行解中往目標函數下降最多的方向移動。

RDQA 修正程序必須滿足下列兩項收斂準則：1)  $\Delta Z_i = 0$ ，代表設計點在可行區；2)  $\Delta F_i > 0$ ，代表目標函數無法再降低，此點即為使用者定義之鄰點範圍內的局部最小點。

### 3.4 最佳化搜尋程序 (MRDQA)

由於基樁設計最佳化的問題是一個高度非線性、多極值的最佳化問題 [12]，因前述鄰點定義之範圍僅包括與  $X$  最接近之點，在相隔兩個鄰點以上的範圍可能有機會找到目標函數更低之可行解，故本文於搜尋至局部最佳解後，再將鄰點範圍擴大，並檢核各變數上、下界指定數量之鄰點是否有更佳之可行解。相對於各變數所取之鄰點數量與該變數對目標函數與束制函數的影響程度有關，根據文獻 [20] 之靈敏度分析結果和本研究的測試，建議  $L_P$ 、 $S_L$ 、 $S_T$  等設計變數取 5 個鄰點， $D$  和  $H_c$  取 3 個鄰點、 $N_L$  和  $N_T$  取 2 個鄰點。

因上述程序仍然屬於局部搜尋，為了確保可以獲得較佳的求解品質，故本文中引進再搜尋的機制，此機制的目的不僅當搜尋陷入不可行區無法收斂時，可強迫跳出該區域重新搜尋，亦可以強迫由局部最佳點跳脫出來，搜尋下一個局部最佳點。再搜尋機制是挑選數個設計變數作為跳脫變數  $x_j$ ，將其值  $x_{j,n}$  降回最小值  $x_{j,l}$ ，其餘設計變數則維持原來已搜尋到結果，並再度根據前述 RDQA 修正程序進行搜尋，如果再搜尋所得之局部最佳解比前次搜尋所得之局部最佳解低，便以新的局部最佳解取代先前的局部最佳解。再搜尋程序可以反覆進行，直到連續  $k_{\max}$  次的再搜尋程序均無法使所得之局部最佳點的目標函數值再降低時，即停止搜尋，本文將  $k_{\max}$  設為 2。

再搜尋之跳脫變數  $x_j$  的選擇必須根據問題特性來決定，鍾與黃 [20] 以靈敏度分析的結果發現：對造價和束制函數最具影響力的設計變數分別為  $N_L$ 、 $N_T$  與  $D$ ，其餘設計變數影響程度較小，故本文選擇此三變數作為跳脫變數  $x_j$ 。

本文建議之最佳化搜尋程序 (MRDQA) 如圖 4 所示。搜尋過程中，設計點與鄰點均進行一次完整的設計與分析，並利用分析所得資料進行基樁與樁帽的配筋，在滿足設計規範 [11] 要求下，依常用之鋼筋號數與根數進行配筋，並選出鋼筋費用最低的配置方式。設計過程中，基樁及樁帽皆可能產生無法排筋的狀況，如在固定的傾覆彎矩作用下，樁距縮小會使基樁受力增加，引致基樁所需鋼筋量提高，在樁徑固定的條件下，將沒有足夠空間配筋。此外，在固定的傾覆彎矩作用下，當樁帽尺寸縮小時，將使樁帽所需鋼筋量提高，亦可能沒有足夠空間配筋。為能合理地進行最佳化搜尋，本文在無法排筋區，計算目標函數時需將鋼筋造價剔除，此舉可使 MRDQA 於無法排筋區合理地依相對差商進行最佳化搜尋，但應注意此區域所得之工程造價並非真正的工程造價，故整體的搜尋必須在進入可配筋的範圍內，才開始實際配筋，並在目標函數中加入鋼筋費用，同時強迫搜尋路徑不可再往無法配筋之鄰點移動。

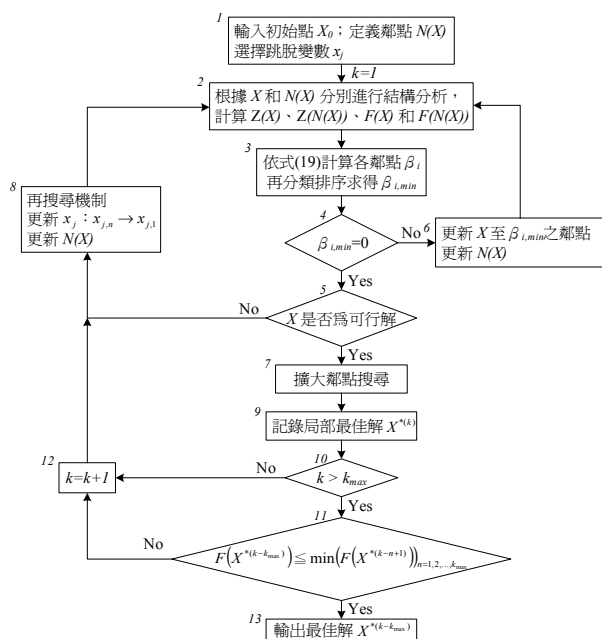


圖 4 MRDQA 計算流程圖

#### 四、初始解的選取原則

鍾等人 [21] 指出若採用路徑搜尋法處理此類問題時，初始解的選取將會影響搜尋成效，為此本文提出初始解的選取原則，選取流程如圖 5 所示，並分述如后。

##### 4.1 由外加荷載推算 $N_L$ 、 $N_T$ 與 $D$

若兩向水平力分別為  $H_L$ 、 $H_T$ ，因尚無樁帽尺寸，故先忽略地震時樁帽之水平慣性力，則單樁水平反力  $P_H$  與基樁數量  $N_{req}$  之關係可約略表示為

$$P_H = \frac{\max(H_L, H_T)}{N_{req}} \quad (20)$$

由式(8)可知  $H_a$  與  $\delta_a$  有關，而規範 [7] 建議  $\delta_a$  應取  $0.01D$ ，因此，令  $H_a$  等於  $P_H$  時，即可得到  $N_{req}$  與  $D$  的關係式。工程師可視設計需求決定  $D$  與所對應的  $N_{req}$ ，再按照 4.2 至 4.6 節計算即獲得一個初始解。本文針對矩形配置的群樁基礎進行設計， $N_L$  與  $N_T$  的配置比例可依下式進行簡易估算：

$$\frac{N_L^2}{N_T^2} = \frac{M_L}{M_T} \quad (21)$$

式中  $M_L$ 、 $M_T$  分別為兩向彎矩，而  $N_L$ 、 $N_T$  須無條件進位至整數。

##### 4.2 由 $D$ 推估 $S_L$ 、 $S_T$

一般欲避免群樁效應則  $S_L$ 、 $S_T$  需達  $6.0 \sim 8.0D$  以上，此於工程實務上難以接受，規範 [7] 與規範 [9] 皆規定場鑄樁

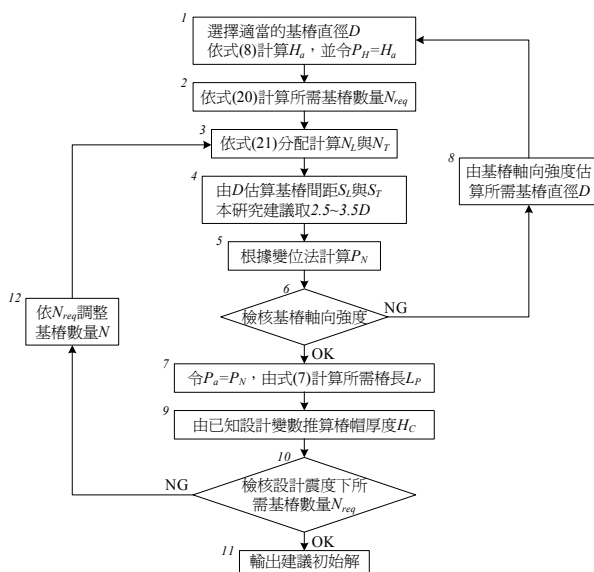


圖 5 建議初始解的選取流程

最小樁距為  $2.5D$  以上。規範 [12] 研究結果顯示當樁距大於  $3.0D$  後，群樁效率會大於  $0.8$  以上，為避免間距過小於造成不適當設計，故建議初始設計方案的  $S_L$ 、 $S_T$  取  $2.5D \sim 3.5D$  較為適當。

##### 4.3 檢核基樁軸向強度

由外加荷載透過變位法可計算出各單樁所受之外力 ( $P_N$ 、 $P_H$ 、 $M_t$ )，此時須檢核 4.1 節所選定的基樁軸向強度是否大於  $P_N$ ，基樁軸向強度可依規範 [11] 之建議簡化為混凝土容許載重，工作應力法之混凝土容許載重為  $0.3f_c'A_p$ ，極限設計法之混凝土容許載重為  $0.8\phi(0.85f_c'A_p)$ 。若基樁軸向強度小於  $P_N$  時，可令基樁軸向強度等於  $P_N$ ，反算所需樁徑，再由此樁徑重新依 4.1 節計算新的樁數。

##### 4.4 由外加荷載、地質條件與 $N_L$ 、 $N_T$ 推估 $L_P$

因基樁承载力係由基樁軸向強度和地盤提供的承载力決定，當基樁軸向強度大於  $P_N$  時，則可進一步由地盤提供的承载力來推估  $L_P$ 。因單樁軸向容許承载力  $P_a$  可依式 (7) 由地質條件計算，此時令  $P_a$  等於  $P_N$  即可估算基樁所需長度  $L_P$ 。

##### 4.5 由已知的設計參數推求 $H_C$

文獻 [12] 曾提出由其他設計變數推算樁帽所需最小厚度  $H_{C,req}$  的計算公式，此厚度可滿足剛性體厚度、樁帽抗剪強度和樁頭接合方式等考量，故利用該計算公式即可得  $H_C$ 。

##### 4.6 檢核設計震度下所需之基樁數量

群樁基礎的七個設計變數根據前述步驟決定之後，必須檢核設計震度下所需樁數  $N_{req}$ 。此時水平力須考量樁帽於地震時造成水平慣性力的影響，故式(20)的水平力  $P_H$  須納

入樁帽重量乘上設計震度的水平慣性力，再檢核先前決定的樁數是否足夠，若通過檢核即完成初始解之選取；若無法通過，則需依  $N_{req}$  適當增加樁數，再重複 4.1 節至 4.6 節的步驟調整設計變數。

## 五、案例分析

本文採「道路橋耐震設計相關資料集」[13] 中的一個 5 跨連續 I 形鋼橋樁基礎構造設計案例，與台灣國道東部路段某河川橋之樁基礎案例進行分析，文中分別以「JR 案例」與「TE 案例」簡稱之。JR 與 TE 案例的樁基礎皆為場鑄樁，其地質剖面與土壤參數分別如表 2 與表 3 所示，由表 2 可知 JR 案例的基礎座落於砂、黏土互層地盤，由表 3 可知 TE 案例的基礎座落於砂礫土沖積層地盤。表 4 為 JR 與 TE 案例於常時與地震時樁基礎的設計荷載組合，此設計荷載組合係採自文獻 [13] 及 TE 案例的設計書，其中 JR 案例僅考量一組地震設計荷載，TE 案例則考量兩組地震設計荷載。由表 4 可知，TE 案例的設計荷載明顯較 JR 案例高出許多，此狀況明顯地反應於兩案例的原設計方案（參見表 5），TE 案例不論  $L_p$ 、 $D$ 、 $N_L$  及  $N_T$  皆較 JR 案例為大。

### 5.1 試誤程序設計之檢討

因 JR 案例的原設計例並無相關單價可供參考，本文基樁單價係依「營建物價」[14] 和國內知名顧問公司提供之單價整理如表 6 所示，其中，不同樁徑 ( $D$ ) 之施工單價依經驗可按樁徑大小以線性比例估算，如  $D = 1.2$  m 的基樁之施工單價約為  $D = 1.0$  m 之 1.2 倍。TE 案例的原單價亦列於表 6 之中，JR 案例之單價明顯較高是反映大幅上漲後目前

表 2 JR 案例地質剖面與土壤參數

深度	地盤種類	SPT-N 值	單位重 ( $tf/m^3$ )	凝聚力 ( $tf/m^2$ )	摩擦角 (度)
0.0~2.7	回填土	5	1.70	-	24.0
2.7~5.2	黏性土	5	1.70	3.00	-
5.2~9.2	砂質土	10	1.70	-	27.0
9.2~12.7	黏性土	5	1.70	3.00	-
12.7~16.2	砂質土	15	1.90	-	30.0
16.2~40.0	砂質土	50	1.90	-	40.0

表 3 TE 案例地質剖面與土壤參數

深度	地盤種類	SPT-N 值	單位重 ( $tf/m^3$ )	凝聚力 ( $tf/m^2$ )	摩擦角 (度)
0.0~5.0	砂質土	10	1.90	-	27.0
5.0~10.0	砂質土	15	1.95	-	27.0
10.0~20.0	砂質土	35	2.00	-	37.5
20.0~60.0	砂礫層	50	2.10	-	40.0

表 4 樁基礎設計例的荷載組合

荷載名稱	JR 案例		TE 案例		
	常時	地震時	常時	地震時	
		設計荷載		設計荷載 1	設計荷載 2
樁帽垂直力 $V_p (tf)$	1316.2	1056.2	7620	13200	11700
橋軸向水平力 $H_L (tf)$	0.0	247.6	210	5000	1950
橋橫向水平力 $H_T (tf)$	0.0	205.6	570	900	3900
橋軸向彎矩 $M_L (tf-m)$	0.0	2114.7	1800	30000	6000
橋橫向彎矩 $M_T (tf-m)$	0.0	1992.2	12600	9900	54000

表 5 JR 與 TE 案例的原設計方案 (單位: m)

	$L_p$	$D$	$H_C$	$S_L$	$S_T$	$N_L$ (根)	$N_T$ (根)	$C_L$	$C_T$	$D_f$
JR 案例	15	1.2	2.2	3.05	3.05	3	3	5.0	2.2	2.7
TE 案例	30	2.0	3.5	6.00	5.00	4	5	6.0	6.0	8.0

表 6 設計例採用的物料單價

項目	JR 案例	TE 案例
土方開挖 ( $f_1$ )	320 NTS/m <sup>3</sup>	31 NTS/m <sup>3</sup>
混凝土 ( $f_2$ )	2100 NTS/m <sup>3</sup>	1550 NTS/m <sup>3</sup>
竹節鋼筋 ( $f_3$ )	18800 NTS/ton	8100 NTS/ton
基樁施工 ( $f_4$ ) ( $D = 1.0$ m)	沖積層	2000 NTS/m
	礫石層	3000 NTS/m
	軟岩	4500 NTS/m
模版組裝 ( $f_5$ )	300 NTS/m <sup>2</sup>	250 NTS/m <sup>2</sup>
回填夯實 ( $f_6$ )	430 NTS/m <sup>3</sup>	50 NTS/m <sup>3</sup>

的營建物料單價，而 TE 案例之單價為多年前之單價。JR 與 TE 案例分別依表 6 的單價進行工料分析估價，原設計的工程造價分別為 2,039,924 元與 13,728,879 元。進行竭盡搜尋 (ESM) 前需評估離散設計變數的所有可能組合，本文將兩案例各設計變數的範圍和增量如表 7 所示，透過 ESM 所得之全域最佳解列在表 8 中，JR 案例與 TE 案例透過 ESM 分別歷經 10,221,120 次 (約 51,100 分鐘；本研究採用 CPU 2.0G、記憶體 256 MB 之 P4 電腦進行運算) 與 11,943,936 次分析 (約 59,720 分鐘)，所得全域最佳解的工程造價分別為 1,391,274 元與 6,681,762 元，較原設計方案各節省 31.8% 與 51.3% 的工程造價，凸顯傳統試誤程序的设计結果無法滿足經濟性的需求。

#### 5.1.1 JR 案例探討

由圖 6(a) 中安全檢核指標的變化可瞭解：JR 案例以 ESM 所得全域最佳解於八項安全餘裕指標中有五項指標 ( $S_2$ 、 $S_3$ 、 $S_4$ 、 $S_5$ 、 $S_7$ ) 低於原設計值，一般安全餘裕指標



越小，越能發揮承載效率，也越經濟。透過設計變數的比較可發現，雖然最佳解的配置中， $L_p$  由 15 m 增加為 26 m 且  $S_L$  與  $S_T$  分別由 3.05 m 增至 4.10 m 與 3.60 m，但  $N_L$ 、 $N_T$  由 3×3 (9 根) 卻減少為 2×2 (4 根)，基樁費用由 1,182,042 元降低為 875,572 元。此外樁帽尺寸由 8.5 m×8.5 m×2.2 m 大幅縮小為 6.3 m×5.8 m×1.8 m，使樁帽經費由 622,274 元降低為 392,611 元，且因樁帽埋置深度由 2.7 m 減少成 2.3 m 使土方費用由 235,608 元降低為 123,091 元。

因基樁數量減少使得各單樁需承受更大的外加荷載，為能提昇基樁容許承載力，最佳解的配置中， $L_p$  由 15 m 增長為 26 m 且貫入承載層約 12.5 m，使單樁容許承載力提升將近一倍 (常時由 2334 kN 增加至 4431 kN、地震時由 3540 kN 增加至 6497 kN)。四項基樁承載力相關之安全餘裕指標中，有三項指標 (S2、S3 和 S4) 降低，顯示最佳解的配置較能有效地發揮基樁承載力。另外，樁頭水平變位量由 0.62 cm 增加至 1.41 cm，顯示此基樁配置下的水平勁度相對較低，但仍在規範所規定之樁頭變位限制範圍內 (1.5 cm 與 0.01 倍樁徑取大值)。

### 5.1.2 TE 案例探討

由圖 6(b) 中安全檢核指標的變化可瞭解：TE 案例以 ESM 所得全域最佳解於八項安全餘裕指標中有六項指標 (S1、S2、S3、S4、S5、S8) 低於原設計值。透過設計變數的比較可發現，最佳解的配置中，雖然  $N_L$ 、 $N_T$  由 4×5 (20 根) 增加為 4×6 (24 根)，但因  $L_p$  由 30 m 大幅減少為 15 m，使基樁費用由 6,509,880 元大幅降低為 2,416,719 元。此外樁帽尺寸由 22.0 m×24.0 m×3.5 m 大幅縮小為 15.9 m×22.0 m×3.8 m，使樁帽經費由 6,642,771 元降為 3,793,883 元，且因樁帽尺寸減少，使土方費用由 576,228 元降為 471,160 元。

TE 案例原設計的基樁貫入承載層達 18 m，其單樁容許承載力 (常時為 15939 kN、地震時為 48946 kN) 遠大於單樁之受力 (常時為 5417 kN、地震時為 14552 kN)，顯然過於保守。最佳解的配置中，因基樁數量增加使單樁之受力

減少 (常時為 4300 kN、地震時為 12438 kN)，雖然  $L_p$  由 30 m 減少為 15 m (貫入承載層約 3.1 m)，但此時之單樁容許承載力 (常時為 6629 kN、地震時為 20422 kN) 仍大於單樁之受力，不僅符合安全要求且較原設計更為經濟。四項基樁承載力相關之安全餘裕指標 (S1、S2、S3 和 S4) 全部降低，顯示最佳解的配置能有效地發揮基樁承載力。另外，樁頭水平變位量雖由 0.55 cm 增加至 0.79 cm，顯示此基樁配置下的水平勁度相對較低，但仍在規範所規定之樁頭變位限制範圍內。

## 5.2 MRDQA 之探討

### 5.2.1 建議初始解的適用性

此節主要係以 JR 案例來探討不同初始解對 MRDQA 搜尋成效之影響，同時驗證本文所提建議初始解的適用性。利用表 2 與表 4 的資料，透過本文建議的初始解選取原則可求出建議初始解如表 9 的 CASE 1，此外，分別再採原設計解 (CASE 2)、設計空間的下界 (CASE 3) 與上界 (CASE 4) 為初始點，其初始設計變數亦列於表 9 中，而不同初始解透過 MRDQA 所得之結果則整理為表 10。

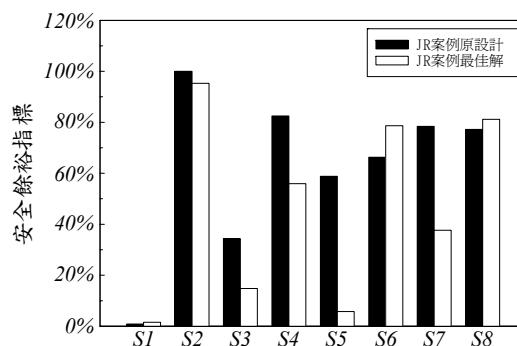
表 10 顯示四個不同初始解可搜尋得三種不同配置的設計解，不同初始解明顯地影響 MRDQA 搜尋成果。若以工程造價角度來看，MRDQA 所得局部最佳解的工程造價介於 1,414,723 ~ 1,631,395 元，較原設計約節省 30.6% ~ 20.0% 的工程經費經費，顯示 MRDQA 搜尋成效已相當顯著。

表 7 設計變數的上、下限及增量

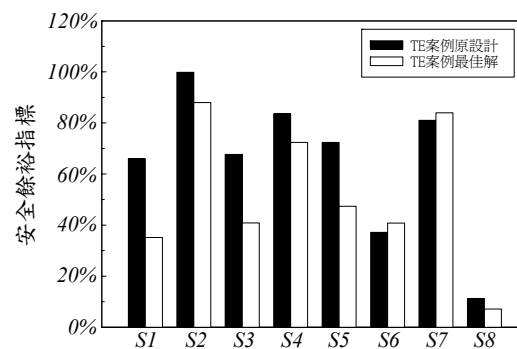
	JR 案例		TE 案例		增量
	下限	上限	下限	上限	
$L_p$	10	30	15	30	1.0
$D$	0.7	1.4	1.5	2.0	0.1
$H_C$	1.5	2.4	3.0	4.0	0.1
$S_L$ 、 $S_T$	2.0	4.5	3.5	7.0	0.1
$N_L$ 、 $N_T$	2	4	3	6	1.0

表 8 原設計及 ESM 與 MRDQA 所得設計解

		$L_p$	$D$	$H_C$	$S_L$	$S_T$	$N_L$	$N_T$	Cost (NTS)	搜尋次數	耗時 (分)
JR 案例	原設計	15	1.2	2.2	3.05	3.05	3	3	2,039,924	-	-
	ESM	26	1.1	1.8	4.10	3.60	2	2	1,391,274	10,221,120	51,100
	MRDQA	26	1.1	1.8	4.15	3.85	2	2	1,414,723	868	4.5
TE 案例	原設計	30	2.0	3.5	6.00	5.00	4	5	13,728,879	-	-
	ESM	15	1.5	3.8	4.30	3.80	4	6	6,681,762	11,943,936	59,720
	MRDQA	15	1.5	3.8	4.30	3.80	4	6	6,681,762	1,193	6.0



(a) JR 案例



(b) TE 案例

圖 6 安全檢核表

表 9 初始解適用性探討中各 CASE 的初始設計變數

	$L_P$	$D$	$H_c$	$S_L$	$S_T$	$N_L$	$N_T$
CASE 1	27	1.1	1.8	3.85	3.85	2	2
CASE 2	15	1.2	2.2	3.05	3.05	3	3
CASE 3	10	0.7	1.5	2.00	2.00	2	2
CASE 4	30	1.4	2.4	4.50	4.50	4	4

表 10 不同初始解以 MRDQA 所得局部最佳解

	$L_P$	$D$	$H_c$	$S_L$	$S_T$	$N_L$	$N_T$	Cost (NT\$)	搜尋次數	耗時 (分)
CASE 1	26	1.1	1.8	4.15	3.85	2	2	1,414,723 (1.69%)	868	4.5
CASE 2	21	0.8	1.8	3.45	2.75	3	3	1,631,395 (17.26%)	1,948	10
CASE 3	22	1.0	1.8	3.60	2.70	2	3	1,494,502 (7.42%)	2,592	13
CASE 4	22	1.0	1.8	3.60	2.70	2	3	1,494,502 (7.42%)	2,960	15

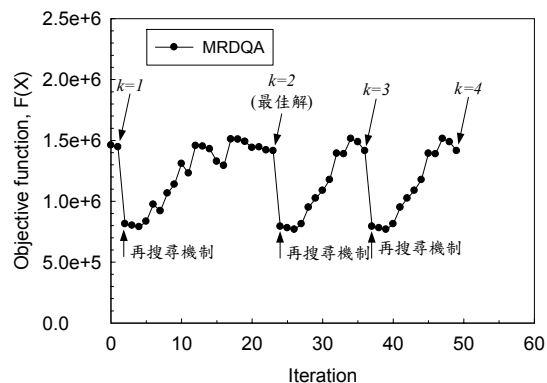
表 10 中工程造價後括弧內的數字，代表其造價與 ESM 所得最佳解工程造價的差距，其中以初始解為 CASE 1 者所得的工程造價最低，雖所得結果並非全域最佳解，但僅比全域最佳解的工程造價高約 1.69%，且搜尋次數 (868 次，約 4.5 分鐘) 亦為最少，顯示 MRDQA 搭配本文建議之初始解不僅可提高設計解的經濟性，亦能有效地縮短搜尋時間。

### 5.2.2 MRDQA 的搜尋性能

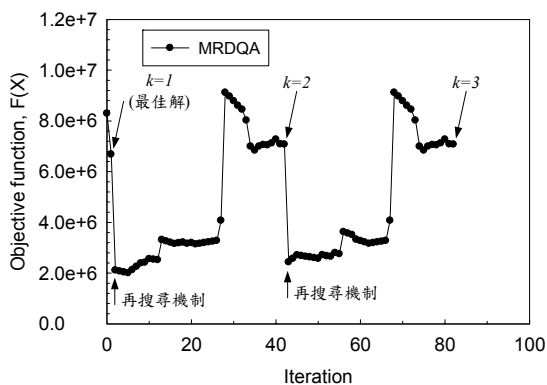
表 8 除列出 ESM 所得全域最佳解外，透過 MRDQA 搭配建議初始解所得設計解亦整理於表 8 中。JR 案例透過 MRDQA 所得設計解的工程造價僅為 1,414,723 元，較原設計節省 30.6% 的工程造價，僅比全域最佳解多出 1.69% 的工程造價，且搜尋次數由 ESM 的 10,221,120 次 (約 51,100 分鐘) 縮短為 868 次 (約 4.5 分鐘)；TE 案例透過 MRDQA 所得設計解與全域最佳解一致，其工程造價僅為 6,681,762 元，較原設計節省 51.3% 的工程造價，且搜尋次數由 ESM 的 11,943,936 次 (約 59,720 分鐘) 縮短為 1,193 次 (約 6 分鐘)。圖 7 為 JR 與 TE 案例的搜尋歷時圖，圖中產生陡降現象係因啟動再搜尋機制，更新跳脫變數，重新由指定之下界值開始搜尋，因此使目標函數大幅下降，圖中明顯陡升的現象則為由無法排筋區域 (不可行解區域) 進入可排筋區域 (可能為可行解或不可行解區域)，但此時可計算鋼筋費用，所以目標函數明顯提高。上述兩案例顯示本文提出之 MRDQA 不僅可有效地縮短搜尋時間，且搜尋性能良好，可明顯地提高樁基礎設計的經濟性。

## 六、結論與建議

基於設計實務之考量，本文嘗試採用相對差商法搭配本文建議之初始解進行場鑄群樁基礎之最佳化設計。文中透過兩個設計實例探討 MRDQA 的求解品質與效率。茲綜合上述研究結果，摘要提出下列幾點結論與建議，供各界參考。



(a) JR 案例



(b) TE 案例

圖 7 搜尋歷時圖

1. 由 JR 與 TE 設計案例之分析，顯示透過 ESM 所得之全域最佳解較由試誤程序所得之原設計方案節省 31.8% 與 51.3% 的經費，清楚顯示傳統試誤程序的設計不符合經濟性的需求。
2. 本文建議之 MRDQA 於 JR 案例中，與最佳解的差距僅 1.69%，搜尋次數僅為 868 次 (約 4.5 分鐘，而 ESM 需 10,221,120 次，約 51,100 分鐘)；於 TE 案例所得之設計方案更為全域最佳解，搜尋次數僅為 1,193 次 (約 6 分鐘，而 ESM 需 11,943,936 次，約 59,720 分鐘)。證明 MRDQA 的搜尋性能良好，可明顯地提高樁基礎設計的效率。
3. 本文採用之相對差商法基本上是屬於局部搜尋法，故必須透過再搜尋機制與初始設計選擇方法的運用，來改善求解品質與求解的穩定性。但目前求解離散最佳化問題的演算法相當多，若能與具備全域搜尋能力之高階啟發式演算法 (meta-heuristic methods) 配合應用，應該有機會求得全域最佳解，是值得進一步研究的方向。

## 誌謝

本文承蒙國科會 NSC93-2622-E-008-006-CC3 提供專題計畫之補助，特此致謝。

## 參考文獻

1. 陳明山、段紹緯、黃永和、謝添和，「高速鐵路橋樑樁基礎設計考量」，第十屆大地工程學術研究討論會，第 197-200 頁，台北 (2003)。
2. Chow, Y.K., and Thevendran, V., "Optimization of pile groups," *Computers and Geotechnics*, Vol. 4, pp. 43-58 (1987).
3. Hoback, A.S., and Truman, K.Z., "Least weight design of steel pile foundations," *Engineering Structures*, Vol. 15, No. 5, pp. 379-385 (1993).
4. Kim, K.N., Lee, S.H., Kim, K.S., Chung, C.K., Kim, M.M., and Lee, H.S., "Optimal pile arrangement for minimizing differential settlements in piled raft foundations," *Computers and Geotechnics*, Vol. 28, pp. 235-253 (2001).
5. Valliappan, S., Tandjiria, V., and Khalili, N., "Design of raft-pile foundation using combined optimization and finite element approach," *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, Vol. 23, pp. 1043-1065 (1999).
6. 莊德興、吳朗益，「離散拉格朗日法於群樁基礎最佳化設計之應用」，中國土木水利工程學刊，第十五卷，第二期，第 303-314 頁 (2003)。
7. 日本道路協會，道路橋示方書・同解說一下部構造編，東京 (2002)。
8. 日本道路協會，道路橋示方書・同解說一耐震設計編，東京 (2002)。
9. 內政部營建署，建築技術規則，臺北，第 162-180 頁 (2000)。
10. 內政部營建署，建築技術規則建築構造編一基礎構造設計規範 (含解說)，中華民國大地工程學會，台北，第 5-1-5-60 頁 (1998)。
11. 中國土木工程水利學會，混凝土工程設計規範與解說一土木，第 401-93 頁，科技圖書，台北 (2005)。
12. 鍾明劍、黃俊鴻、莊德興，「群樁基礎設計模式與全域最佳解之應用」，結構工程，第二十一卷，第一期，第 122-139 頁 (2006)。
13. 日本道路協會，道路橋耐震設計相關資料集，東京，第 2-1-2-139 頁 (1997)。
14. 台灣營建研究院，營建物價，台北 (2004)。
15. Chang, Y.L., "Discussion on lateral pile-loading tests," by L. B. Feagin, *Transactions, ASCE*, Vol. 102, pp. 272-278 (1937).
16. 日本土質工學會，基礎設計資料集，東京 (1992)。
17. 楊克己、韓理安，樁基工程，人民交通出版社，北京，第 13-77 頁 (1997)。
18. 劉金礦、袁振隆，「粉土中鑽孔群樁承台-樁-土相互作用特性與承載力計算」，岩土工程學報，第 6 期 (1987)。
19. Chai, S., and Sun, H.C., "A relative difference quotient algorithm for discrete optimization," *Structural Optimization*, Vol. 12, No. 1, pp. 46-56 (1996).
20. 鍾明劍、黃俊鴻，「設計變數對樁基礎工程造价之影響」，第十屆大地工程學術研究討論會，第 425-428 頁，台北 (2003)。
21. 鍾明劍、黃俊鴻、莊德興，「以相對差商法輔助群樁基礎低價化設計」，第十一屆大地工程學術研究討論會，第 A21-1-A21-6 頁，台北 (2005)。

---

94 年 10 月 18 日	收稿
95 年 2 月 22 日	修改
95 年 3 月 1 日	接受

