

GPS、雨量與地下水位之關聯性研究

李鳳梅¹、許世孟²、王逸民³

¹財團法人中興工程顧問社助理研究員

²財團法人中興工程顧問社高級研究員兼組長

³逸奇科技股份有限公司總經理

摘要

地表高程變動及地下水位變動會受降雨補注影響，且此三者間有一定程度的相關性。本研究挑選濁水溪流域上、中、下游不同區域觀測站資料，利用疊代式高斯濾波器(Iterative Gaussian Filter)及交叉相關分析(Cross Correlation)等方法分析濁水溪流域之 GPS、雨量與地下水位等時序資料，交互比對得知三者間的關聯性。降雨與地下水位變動分析結果顯示地下水位皆受降雨補注，呈現正相關，而雨量補注地下水位有時間遞延之現象，遞延時間由下游往上游逐漸變短，顯示越往上游降雨補注越快。GPS 高程變化比對累積雨量與地下水位變動結果，下游平原區觀測站結果呈現正相關，中游扇頂區及上游山區的觀測站，結果呈現負相關。顯示地下水荷重與地下水孔隙水壓，作用於不同含水層型態之結果。

關鍵詞：GPS、雨量、地下水位、濁水溪流域、疊代式高斯濾波器、交叉相關分析。

一、前言

地表高程變動及地下水位變動會受降雨補注的影響，且此三者間有一定程度的相關性。地下水位起伏與地表高程變化有密切關係，然而因水文地質條件不同，地下水位升降與地表高程變化有些是正相關，有些則為負相關的(江崇榮等人，2011)。為瞭解地表高程受孔隙水壓及降雨荷重而變動，以及地下水位受降雨補注之升降，本研究挑選濁水溪流域上、中、下游不同區域觀測站資料進行關聯性分析，嘗試利用疊代式高斯濾波器(Iterative Gaussian Filter)分析濁水溪流域之 GPS、雨量與地下水位等時序資料，並交互比對得知三者間的關聯性。

二、研究區域

濁水溪為臺灣最長的河川，發源於合歡山主峰與東峰間的佐久間鞍部(標高 3,220 公尺)，河床平均坡降為 0.005，主流長度 186.6 公里，流域面積 3,156.9 平方公里。主流流經南投縣、彰化縣及雲林縣，於八卦台地與斗六丘陵間(彰雲橋附近)向西流入濁水溪沖積扇平原，並於彰化縣大城鄉與雲林縣麥寮鄉之間注入臺灣海峽。其南接北港溪、朴子溪、八掌溪、曾文溪及高屏溪，東與中央山脈相鄰，北與烏溪流域為界。主要支流為萬大溪、丹大溪、陳有蘭溪及清水溪(如圖 1 所示)。濁水溪上游集水區年降水量可達 2,000 至 3,000 毫米，且所經地層多屬易受侵蝕的板岩、頁岩、砂岩，故河水含沙量高。自神龍橋附近(地利地峽)至集集一帶，水流行至此處河谷逐漸開敞，多河階及臺地。自集集以下則屬濁水溪下游，濁水溪沖積扇平原以二水東南方為扇頂向外開展，北起烏溪流域為界南

迄北港溪南岸，為臺灣最大的沖積扇，其地勢平緩，大致由東向西傾斜，高程約介於 0~100 公尺之間。平原區及濱海區分別約為約 1100 毫米及 830 毫米，因此降雨量大至呈內陸向海濱遞減狀況。

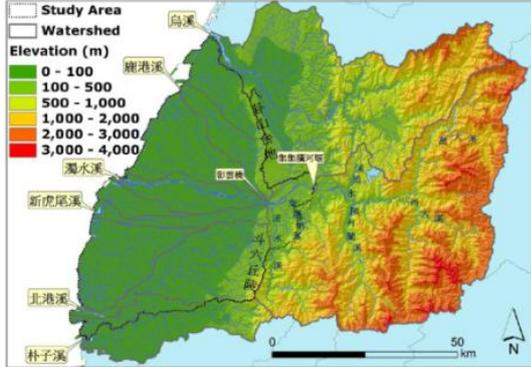


圖 1 研究區域概況

三、研究理論及方法

3.1 疊代式高斯濾波器 (Iterative Gaussian Filter)

訊號大部分皆可視為一週期性訊號加上非週期性訊號，透過疊代式高斯濾波器 (Iterative Gaussian Filter) 可得到訊號其週期性部分或非週期性部分，即為可將訊號拆解成一個週期性訊號 (periodic signal) 加上一個非週期性訊號 (non-periodic signal)，則可得知訊號的週期性部分及其趨勢。

對訊號 $\{y_i\}$ 的每一點而言，其高斯平均 (Gaussian Average) 為：

$$y_i = \frac{1}{L} \sum_{i=-\infty}^{\infty} e^{-\frac{(t_i-t_j)^2}{2\sigma^2}}$$

以上數學式說明 $\{\bar{y}_i\}$ 點的值由其鄰近點的平均值來代表，離 j 點愈遠其權重愈小， $\{y_i\}$ 所組成的新訊號較 $\{y_i\}$ 平滑，也就是其高頻部分 $\{y_j^l\} = \{y_j - \bar{y}_j\}$ 被平滑化後消失，再將 y_j^l 做高斯平均，疊代若干次得到的 y_j^m (m 為疊代次數)，其總和即為週期性訊號。

趨勢訊號即為原訊號減去週期性訊號所得的較低頻訊號，經數學上證明 Gaussian Filter 相當於圖 2

的濾波器，趨勢訊號即為將小於 F_L 的部分完全通過，並濾除絕大部分大於 F_H 的頻段，其中間的部分則為高斯分佈。

疊代次數 m 與參數 σ 可由 F_L 、 F_H 、及 b (Attenuation Factor) 求得。 b 為很小的值，較常用的值為 0.01 或 0.001， F_H/F_L 可選定為 2 至 10。

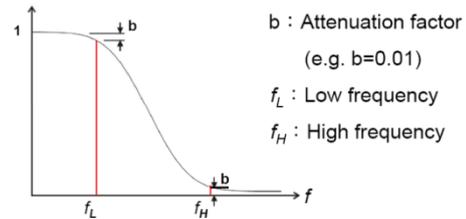


圖 2 頻率域之低通道濾波器 (Lowpass filter) 示意圖

3.2 交叉相關分析 (Cross Correlation)

交叉相關分析為將兩個時間訊號作旋積 (Convolution) 而進行不同延遲時間的相關性分析 (Lee et al., 2006)，Cross Correlation 之解析數學定義為： $(x * y)(t) \equiv \int_{-\infty}^{\infty} x^*(t) y(t + \tau) d\tau$ ， τ 為時間延遲項。

在離散數列的情況下，假設 $x = \{x_0, x_1, \dots, x_{N-1}\}$ ， $y = \{y_0, y_1, \dots, y_{M-1}\}$ ，在延遲為 j 的交互相關定義為：

$$R_{XY}(j) = \sum_{i=0}^{N-1} X_i Y_{i+j}, \quad -(N-1) \leq j \leq M$$

交叉相關轉換結果訊號長度為 $N + M - 1$ ， $R_{XY}(j)$ 不具對稱性，且其最大值遵守下述的不等式：

$$R_{XY}(j) \leq \sqrt{R_{XX}(0) \cdot R_{YY}(0)}$$

若對兩輸入訊號在統計上來說是兩獨立事件，則 $R_{XY}(j) = R_{YX}(j)$ ；若是分析訊號對自身的相關性，計算 $R_{XX}(j)$ ，此分析即為 Auto Correlation。

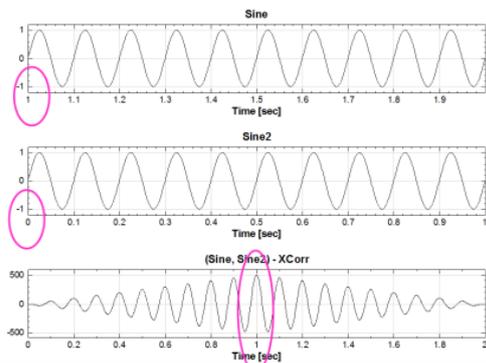


圖 3 交叉相關分析(Cross Correlation)示意圖

四、分析結果

近年濁水溪下游平原區的 GPS 時序資料多有隨時間持續下降的情況(如圖 4 (a), GPS 站以 PKGM 為例), 而地下水位時序資料僅上下振盪, 長期趨勢大多接近水平, 使用疊代式高斯濾波器之高通道濾波(Highpass filter)濾除 GPS 低頻段(長週期)訊號及趨勢訊號所得之短週期訊號, 比對鄰近地下水位觀測站時序資料, 發現上下起伏震盪幾乎一致(如圖 4 (b), 地下水位資料以北港(1)站為例(藍色曲線)), 將兩訊號經交叉相關分析比對, GPS 短週期訊號有延遲地下水位時序資料的情況(如圖 4 (c), 紅色點線標示出 GPS 站延遲地下水位站的時間, 此例為 21 天), 顯示地下水位升降後地表高程才隨後變動。

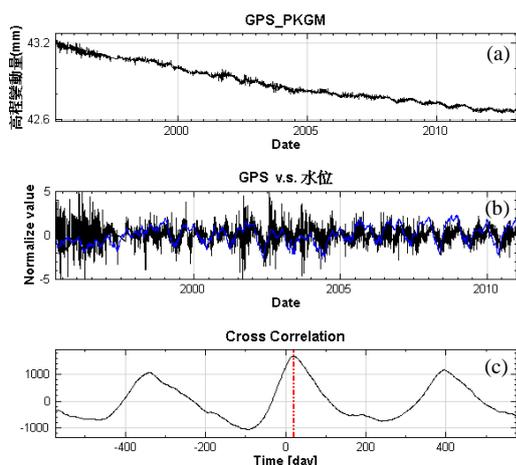


圖 4 (a) GPS 站(以 PKGM 站為例)時序資料隨時間持續下降;(b) 經疊代式高斯濾波器之 GPS 短週期訊號與鄰近地下水位資料(以北港(1)站為例(藍色曲線))比對情形;(c) 上述兩訊號經交叉相關分析

比對結果

以平原區原始 GPS 站時序資料扣除其短週期訊號, 得到即為長週期訊號及趨勢訊號的總和, 再以疊代式高斯濾波器濾除趨勢訊號, 比對鄰近雨量站的累積雨量資料(將雨量資料進行積分)之長週期訊號, 如圖 5 所示, 整體而言, 可得到亦步亦趨的比對結果, 此案例之時間延遲為 0 天, 顯示 PKGM 站的長週期訊號與 C1K350_北港站累積雨量的長週期訊號幾乎無時間上的延遲。

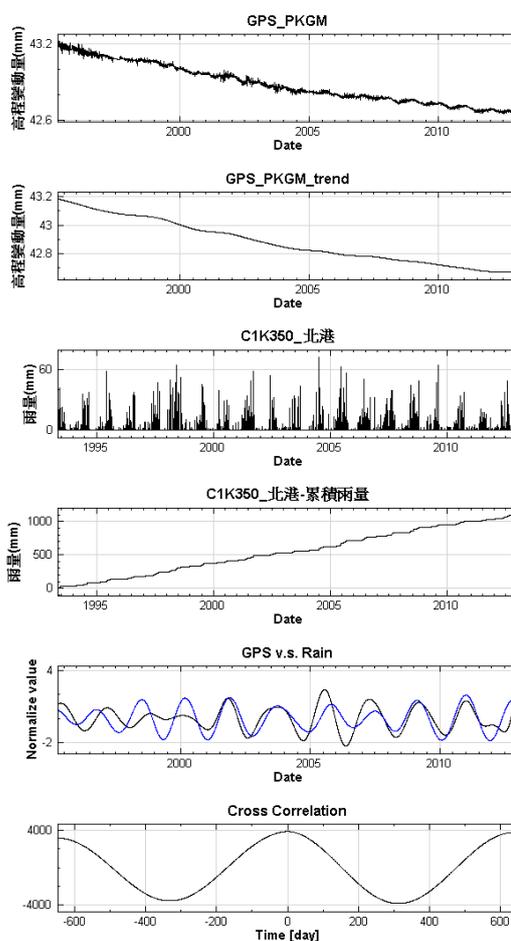


圖 5 GPS 長週期訊號與鄰近雨量站的累積雨量資料(將雨量資料進行積分)之長週期訊號(以 C1K350_北港站為例(藍色曲線))比對情形

同樣地, 以平原區雨量站的累積雨量資料之短週期訊號與地下水位站之短週期訊號相比對, 亦可得到亦步亦趨的比對結果, 如圖 6 所示, 兩訊號經交叉相關分析比對, 紅色點線標示出地下水位站延遲雨量站

的時間，此例為 2 天。

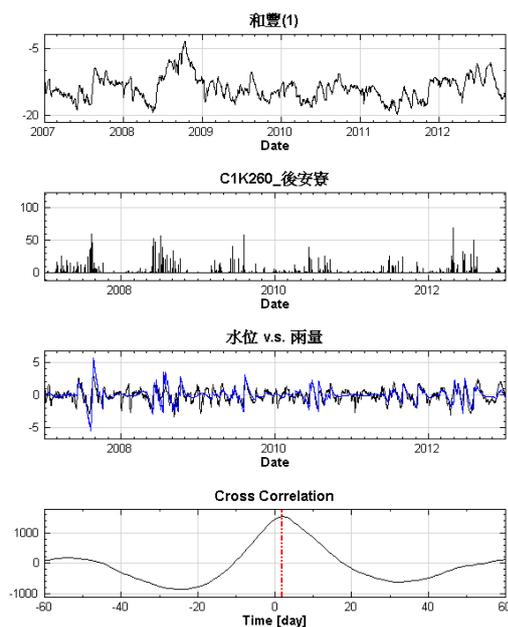


圖 6 雨量站的累積雨量資料(將雨量資料進行積分)之短週期訊號(以 C1K260_後安寮站為例(藍色曲線))與鄰近地下水位站(以和豐(1)站為例)之比對情形

以同樣的方法分析濁水溪流域中游及上游的觀測站資料，但觀察三者原始時序資料，地下水位似乎只與雨量有良好相關性，與 GPS 的相關性無法由肉眼辨別，使用疊代式高斯濾波器之高通道濾波(Highpass filter)濾除 GPS 低頻段(長週期)訊號及趨勢訊號所得之短週期訊號，比對鄰近地下水位觀測站時序資料，亦無法直接看出 GPS 短週期訊號與鄰近地下水位觀測站時序資料的相關性，故將 GPS 站資料再做一次低通道濾波(Lowpass filter)濾除趨勢訊號，則可得到一個固定頻段的週期訊號，亦將地下水位資料進行同樣的分析，可得到在固定頻段下兩資料為負相關的結果(如圖 7(d)所示，此案例 $f = 1 \text{ Hz}$)；以 GPS 長週期訊號比對鄰近雨量站的累積雨量資料之長週期訊號，亦得到兩資料為負相關的結果(如圖 7(e)所示)。以上分析結果顯示濁水溪流域中游及上游 GPS 站時序資料與地下水位及雨量站資料，在某些頻段呈現負相關。

以濁水溪流域中游及上游雨量站的累積雨量資料之短週期訊號與地下水位站之短週期訊號相比對，可得到亦步亦趨的比對結果，如圖 7(f)所示，兩訊號經

交叉相關分析比對，紅色點線標示出地下水位站延遲雨量站的時間，此例為 0 天(如圖 7(g)所示)，顯示地下水位在降雨時很快受到雨水補注。

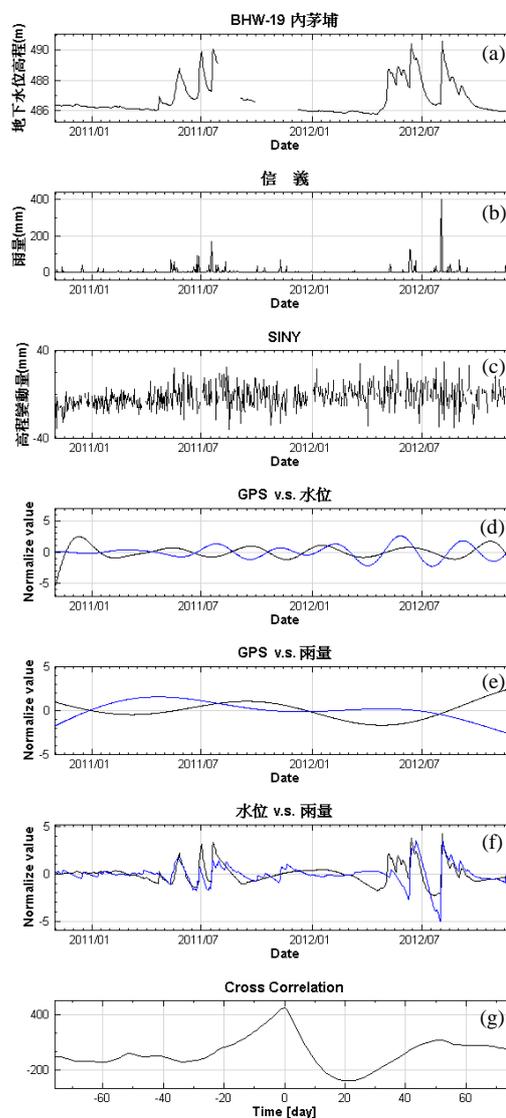


圖 7 (a) 地下水位站時序資料(以內茅埔站為例)；(b) 雨量站時序資料(以信義站為例)；(c) GPS 站時序資料(以 SINY 站為例)；(d) 使用疊代式高斯濾波器之高通道濾波($f = 1 \text{ Hz}$)及再經低通道濾波($f = 1 \text{ Hz}$)產生之 GPS 與地下水位比對；(e) GPS 長週期訊號與鄰近雨量站的累積雨量資料之長週期訊號比對結果；(f) 累積雨量資料之短週期訊號與地下水位站之短週期訊號比對結果；(g) 上述兩訊號經交叉相關分析之結果

五、結論與討論

本研究挑選濁水溪流域上、中、下游不同區域觀

測站資料進行關聯性分析，於降雨與地下水位變動分析結果，顯示地下水位皆受降雨補注影響，呈現正相關，然而地下水位升降反應相對於雨量有時間遞延之現象，遞延的時間隨區域之不同而有差異，下游平原區之觀測站資料，其分析結果較山區觀測站之遞延時間長，有由下游往上游遞延時間逐漸變短之趨勢，顯示越往上游降雨對水位的補注越快。

另於 GPS 高程變化比對累積雨量與地下水位變動結果，顯示下游平原區的觀測站，其 GPS 高程變化與累積雨量或地下水位變動，兩兩資料亦步亦趨，呈現正相關；分析濁水河流域中游扇頂區及上游山區的觀測站，結果則呈現負相關，而不同區域地下水位與地表高程互動之差異，主要顯示地下水荷重與地下水水壓，作用於不同含水層型態之結果(平原區屬於受壓含水層；扇頂區與山區以非受壓含水層為主)，於平原區係由地下水壓主控所造成之正相關，於扇頂區及山區則屬於由地下水荷重主控所形成之負相關，此部分分析結果可提供地下水資源取用操作之參考。

誌謝

本研究使用之 GPS 資料由中央地質調查所提供，雨量資料由氣象局提供，地下水位資料來源為水利署提供及中央地質調查所的「臺灣山區地下水資源整體

調查研究」－「臺灣中段山區地下岩層水力特性調查與地下水位觀測井建置」第一期計畫成果，謹誌謝意。

參考文獻

1. 中央地質調查所，2013，臺灣山區地下水資源整體調查研究－「臺灣中段山區地下岩層水力特性調查與地下水位觀測井建置」第一期計畫成果。
2. 江崇榮、林燕初、陳建良，2011，地下水位與地表高程互動模式之研究，經濟部中央地質調查所彙刊，24，1-35。
3. 經濟部水利署 e 河川主題網－濁水溪，http://www.e-river.tw/E_theme/eriver_index_a01_c_2.aspx?name=10
4. Lee, L.J.E., Lawrence, D.S.L., Price, M., 2006. Analysis of water-level response to rainfall and implications for recharge pathways in the Chalk aquifer, SE England, Journal of Hydrology 330, 604-620.
5. Visual Signal 1.4 Online Reference Guide, http://www.ancad.com.tw/VS_Online_Help_1.4/index1.html?page=ar01.html