以混合式 GA 演算法輔助樁基礎之低價化設計

鍾明劍 [1]　莊德興 [2]　黃俊鴻 [3]

摘要

本文提出一個混合式 GA 演算法(Hybrid Genetic Algorithm, HGA)針對場鑄式群樁基礎進行低價化設計，HGA 係以實數編碼的遺傳演算法(Real-Coded Genetic Algorithm, RGA)為主要的搜尋方法，當族群中的個體為不可行解時，便藉由修正相對差商法(Modified Relative Difference Quotient Algorithm, MRDQA)來搜尋鄰近的局部最佳解。此法結合了 GA 全域搜尋及 MRDQA 局部搜尋的優點，可以增加搜尋到全域最佳解的機率。樁基礎設計以工程造價為目標函數，其數學模型包含七個獨立的離散設計變數，並根據設計規範的規定建立束制條件。文中透過實際案例分析顯示：HGA 搜尋至全域最佳解的比例甚高，若採建議的族群數為 10 個個體、遺傳代數為 20 代來分析，於此案例中有高達 47%的機率可搜尋至全域最佳解，且其工程平均造價為 1,412,513 元，與全域最佳解(1,391,274 元)僅差 1.5%。

關鍵字：混合式 GA 演算法、低價化設計、樁基礎。

Minimum Cost Design of Piled Foundations Using Hybrid Genetic Algorithm

Ming-Chien Chung [1]　Der-Shin Juang [2]　Jin-Hung Hwang [3]

ABSTRACT

This paper reports the application of hybrid genetic algorithm (HGA) to the minimum cost design of piled foundations. The objective function is the combined costs of soil excavation, pile cap, piles, and soil backfill. The design variables, including pile length, pile diameter, depth of pile cap, pile spacing, and pile number, are all discrete. The procedure of HGA is based on real-coded genetic algorithm (RGA). When the solution obtained by RGA is located on the infeasible region, HGA will use modified relative difference quotient algorithm (MRDQA) to find the local minimum solution on the feasible region. HGA is combined the advantages of RGA (global search method) and MRDQA (local search method), therefore, HGA has well performance to find the global minimum solution. However, the problem of a piled foundation design belongs to a multi extreme values problem. The efficiency and validity of the HGA have been verified by comparing the solutions with the global optimum solutions obtained from exhaustive search method (ESM). In this paper, when the parameters of HGA, including popular size, generation number, crossover rate, and mutation rate, are equal to 10, 20, 0.8, and 0.10 respectively. The comparative results show that the mean error of the HGA solutions is around 1.5% only, and the probability of finding global optimal solution is 47%.

Keywords: hybrid genetic algorithm, minimum cost design, piled foundation.

[1] 財團法人中興工程顧問社大地工程研究中心研究員
[2] 國立中央大學土木工程學系教授
[3] 國立中央大學土木工程學系教授

一、前言

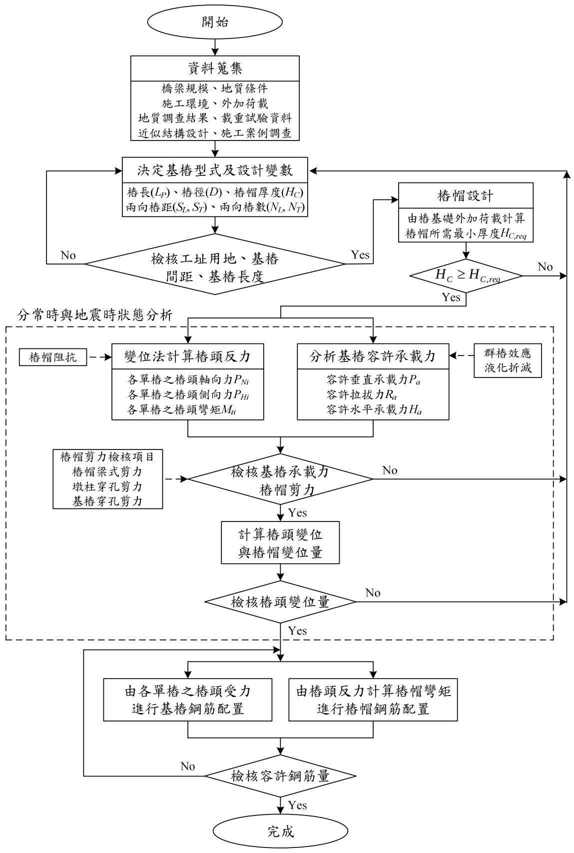
最佳化理論於工程設計與規劃之應用雖已有多年的歷史，但於樁基礎工程之應用仍然相當有限，且鮮少以實務設計的角度來探討低價化的設計問題[1]。為了彌補沒有考量實務工程設計需求的缺失，文獻[2]、[3]分別嘗試利用修正相對差商法(Modified Relative Difference Quotient Algorithm, MRDQA)與離散拉格朗日法(Discrete Lagrangian Method)進行群樁基礎進行配置低價化設計。以文獻[4]案例為例，修正相對差商法與離散拉格朗日法所得設計解的費用僅較全域最佳解多 1.69%與 2.01%，惟相對差商法與離散拉格朗日法均屬鄰點搜尋法(Neighborhood Search Algorithms)，易陷入局部最佳解而無法找出全域最佳解。

本文提出一個混合式 GA 演算法(Hybrid Genetic Algorithm, HGA)針對場鑄式群樁基礎進行低價化設計，HGA 係以實數編碼的遺傳演算法(Real-Coded Genetic Algorithm, RGA)為主要的搜尋方法，當族群中的個體為不可行解時，便藉由 MRDQA 來搜尋至鄰近的局部最佳解。此法結合了 GA 全域搜尋及 MRDQA 局部搜尋的優點，可以增加搜尋到全域最佳解的機率。文中先說明樁基礎低價化設計的數學模型，並說明本文所採混合式 GA 演算法的演算流程，再以文獻[4]的樁基礎構造為例，探討此演算法的搜尋性能，最後提出此研究的結論與建議。

二、樁基礎低價化設計的數學模型

2.1 群樁基礎設計與分析流程

本文採用的群樁基礎設計與分析流程可如圖一所示[1]，流程中分別按常時及地震時狀態進行設計，其中地震時狀態是採中小地震的震度法設計，設計中可考量：(A)土壤液化；(B)群樁效應；(C)樁帽阻抗；(D)樁帽所需最小厚度等計算。有關樁基礎分析模式、基樁與樁帽結合設計等部分皆採規範[5]、[6]之規定，而樁帽及基樁配筋部分則以規範[7]、[8]進行設計。



圖一：群樁基礎設計與分析流程

2.2 設計變數的選定

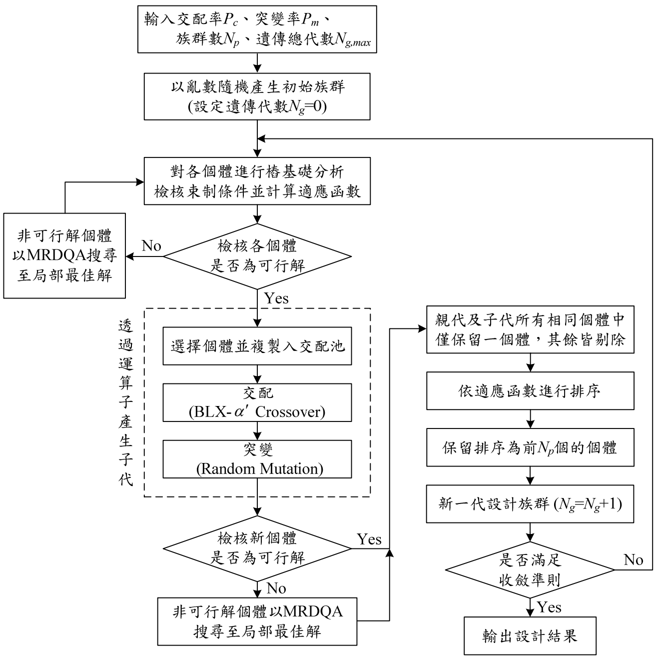
本文以場鑄樁施作的橋梁群樁基礎作為研究對象，假設所有基樁長度皆相等，且基樁呈矩形對稱排列。採用之離散設計變數包括基樁長度(L_P)、基樁直徑(D)、樁帽厚度(H_C)、兩向基樁間距(S_L、S_T)及兩向基樁數量(N_L、N_T)等共七個，其中除了基樁數量為整數外，其他變數皆為離散實數。

2.3 目標函數與束制條件

本文定義低價化設計係指滿足現行規範條件下，工程造價最低的設計方案。目標函數即為工程造價，依工程進行順序可分為土方開挖費用、基樁費用、樁帽費用及回填夯實費用，各項費用的單價與詳細公式請分別參考文獻[9]與[1]。束制條件是根據文獻[5-8]等規範進行制訂，包含：(A)工址用地限制；(B)基樁間距限制；(C)基樁長度限制；(D)樁帽剪力限制；(E)基樁容許承載力限制；和(F)樁頭容許變位量限制等六大類。作者於文獻[1]中有詳細說明並列舉公式，本文不重複贅述。

三、混合式 GA 演算法

本文所採 HGA 的演算流程如圖二所示，結合 RGA 所具備的全域搜尋能力與 MRDQA 搜尋至鄰近局部最佳解的收斂能力，以提高求解效率與收斂的穩定性，茲分述如后。



圖二：HGA 演算流程圖

3.1 產生初始族群

決定每代的族群數(Popular Size, N_P)後，本文採隨機方式產生初始族群內的所有個體，如果族群數夠多時，則族群內各個體應會均勻地分佈在設計空間中，可提高搜尋至全域最佳解的機會。

3.2 適應函數與束制函數的處理

族群中各個體的優劣是由適應函數(Fitness Function)來決定，適應函數可依個別問題的特性來決定，常與遺傳演算法處理束制函數的方法有關。文獻[10]曾有系統地整理常用於處理束制函數的方法，然而每種方法須根據所處理之問題去調整許多參數，就工程師而言，過多必須調整的參數，往往會使得演算法的親和力不足。由於須調整的參數過多時，參數選取對演算法搜尋性能的影響將會變大，故本文採用 Static Penalty Method (SPM)處理束制函數的方法。

3.3 選擇及複製

本文在選擇個體時的作法為：族群中每個個體皆亂數產生介於[0, 1]的實數，其數值小於交配率(P_c)之個體則可逐一進入交配池中，而池中與其交配之個體則從族群中其餘個體進行隨機挑選。此種作法主要用意在於讓每個個體有相同的機會進行交配，避免上述因過早收斂而錯失搜尋至全域最佳解的現象。

3.4 交配

本文係透過亂數選取某一個設計變數做為交配點，親代個體中被選為交配點的設計變數係以 BLX-α' Crossover[11]方式進行交配，而交配點之後的設計變數則以 Simple Crossover 方式進行交配。

3.5 突變

在遺傳演算過程中，突變運算子一般是以突變率(P_m)作為控制個體中設計變數變異的機率，為一個介於[0, 1]的實數。本文考量參數較多的方法， 將使 RGA 執行效率降低，故採用產生一次亂數即可決定新設計變數的 Random Mutation[12]方式進行突變。

3.6 挑選子代族群之個體

本文在 RGA 演算過程中，係將所有親代個體及透過運算子所產生之子代個體，按適應函數值進行排列後，選擇前 N_P 個較佳之個體做為新的子代族群。由於本文於挑選子代個體的過程中，係將所有親代個體及透過運算子所產生之子代個體，按適應函數值進行排列後，選擇前 N_P 個較佳之個體做為新的子代族群。此作法的精神與 BGA 保留當代最佳個體[13]，或是特定比例親代個體[14]的菁英政策類似，皆可避免當代較佳的個體在交配和突變過程中發生變差的現象。

3.7 收斂準則

目前 RGA 仍然缺乏一個以強健數學理論所推導出的收斂準則，為了讓 RGA 演化不致陷入無窮迴圈，須預先設定結束規則，使 RGA 能依該條件終止演化循環。本文使用之收斂準則為：遺傳代數達到預先設定之遺傳總代數 $N_{g,max}$ 即予以終止。

3.8 修正相對差商法(MRDQA)

相對差商法(Relative Difference Quotient Algorithm, RDQA)[15]係藉由差商值的計算結果判斷設計解之移動方向，逐步搜尋至局部最佳解，各設計變數對目標函數和束制函數的影響是根據設計點與鄰點間之有限差商來計算。在 RDQA 的理論中，假設目標函數與束制函數均為單調函數，故求解時必須由解空間之下界往上界鄰點搜尋。然而樁基礎最佳化設計的目標函數與束制函數並非單調函數[2]，故由解空間之下界往上界鄰點方向搜尋時，即可能陷在不可行解區域而無法收斂，特別是在設計空間下界的鄰近範圍，此區因基樁直徑不足或樁帽尺寸太小而出現沒有足夠空間配筋的情形。因此，本文採用文獻[2]所提出的修正相對差商法(MRDQA)，此法主要係修改 RDQA 的鄰點定義及可能的搜尋方向組合，再加入擴大鄰點搜尋及再搜尋機制，使 MRDQA 於樁基礎最佳化設計能搜尋至不錯的設計解。

四、案例分析

4.1 案例背景

本文以「道路橋耐震設計相關資料集」[4]內的設計例為例，此案例是針對 5 跨連續 I 形鋼橋下部之樁基礎構造進行設計，其樁基礎部分係採場鑄樁施作。表一為常時與地震時作用於樁基礎的設計荷載組合，其工址地表最大水平加速度係數為 0.25。土壤參數則如表二所示，此案例於設計時採用之安全係數如表三所示。

表一：橋腳構造整體作用外力

		V_0 (kN)	H (kN)	M (kN-m)
常時		13162	0	0
震時	橋軸方向(L)	10562	2476	21147
	橋橫方向(T)	10562	2056	19922

表二：土壤參數

深度(m)	土壤種類	SPT-N 值	單位重 (kN/m^3)	凝聚力 (kN/m^2)	摩擦角 (度)
0.0~ 2.7	回填土	5	17.0	-	24.0
2.7~ 5.2	黏性土	5	17.0	30.0	-
5.2~ 9.2	砂質土	10	17.0	-	27.0
9.2~12.7	黏性土	5	17.0	30.0	-
12.7~16.2	砂質土	15	19.0	-	30.0
16.2~40.0	砂質土	50	19.0	-	40.0

表三：安全係數

設計種類	點承力	摩擦力	拉拔力
常時設計	3	3	6
震時設計	2	2	3

由表二可知基礎座落於砂、黏土互層地盤，且地表下 16.2m 處即為堅硬的承載層(SPT-N 值為 50)。此案例的原設計如表四所列，因原設計例並無相關單價可供參考，本文係依表五的工程單價進行估價，原設計的工程造價為 2,039,924 元。若將所有設計變數視為離散變數，則透過竭盡搜尋[1]所求得之全域最佳解可見表四，竭盡搜尋所選定之各設計變數的範圍和增量如表六所示，歷經 10,221,120 次分析所得最佳解的工程造價僅 1,391,274 元，較原設計節省 31.8%的經費，凸顯原設計不符合經濟性的需求。

表四：設計例的原設計與最佳設計方案

	L_P	D	H_C	S_L	S_T	N_L	N_T	$Cost(NTD)$
原設計	15.0	1.20	2.20	3.05	3.05	3	3	2039924
最佳設計	26.0	1.10	1.80	4.10	3.60	2	2	1391274

表五：物料單價(含材料、機具和施工費用)

項目		單價
土方開挖費用		320 NTD/m^3
回填夯實費用		430 NTD/m^3
水中混凝土(240 kgf/cm^2)		2100 NTD/m^3
水中混凝土(280 kgf/cm^2)		2400 NTD/m^3
竹節鋼筋(4200 kgf/cm^2)		18800 NTD/ton
基礎模版製作及拆裝		300 NTD/m^2
基樁打設 (D=100cm)	沖積層	2000 NTD/m
	礫石層	3000 NTD/m
	軟岩	4500 NTD/m

表六：設計變數的上、下限及增量

	下限	上限	增量
L_P (m)	10.0	30.0	1.0
D (m)	0.7	1.4	0.1
H_C (m)	1.5	2.4	0.1
S_L、S_T (m)	2.0	4.5	0.1
N_L、N_T	2	4	1

4.2HGA 參數研究與搜尋性能

由於 RGA 的搜尋性能會受到族群數(N_P)、交配率(P_c)、突變率(P_m)及遺傳總代數($N_{g,max}$)之影響，其中文獻[1]建議 P_c 取 0.8、P_m 取 0.10，故本文將進行 N_P 與 $N_{g,max}$ 參數的探討，從中選擇較適當的參數值。本文 N_P 分別採 3、5 及 10 個個體，而 $N_{g,max}$ 分別採 10、20、30、40 及 50 代進行 HGA

參數研究的探討。由於 HGA 在 RGA 的部分係採隨機多點搜尋技巧，因此每次執行 HGA 所得之結果可能不同，故上述各種參數的案例皆重複以 HGA 進行 100 次分析，再進行統計分析。表七至表九分別係 N_P 為 3、5 及 10 個個體時，HGA 於不同 $N_{g,max}$ 時之搜尋結果，圖三為不同 N_P 時 HGA 所得工程平均造價隨 $N_{g,max}$ 之變化。

表七：不同 $N_{g,max}$ 時 HGA 搜尋結果(N_P=3)

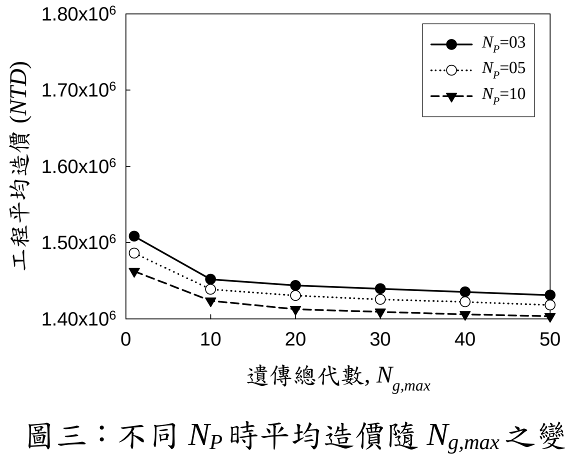
$N_{g,max}$	工程造價 (*NTD*)				平均分析次數	最佳解比例(%)
	平均值	最佳解	最差解	標準偏差		
10	1451727	1391274	1488195	20654	4098	2
20	1443730	1391274	1478285	20711	7090	8
30	1439513	1391274	1461321	20902	9928	11
40	1435137	1391274	1461321	22967	12524	15
50	1431023	1391274	1461321	24344	15132	22

表八：不同 $N_{g,max}$ 時 HGA 搜尋結果(N_P=5)

$N_{g,max}$	工程造價 (*NTD*)				平均分析次數	最佳解比例(%)
	平均值	最佳解	最差解	標準偏差		
10	1438679	1391274	1485829	20321	7162	9
20	1430396	1391274	1461321	20104	12540	17
30	1425371	1391274	1461321	21455	17674	24
40	1422139	1391274	1458232	21759	22526	32
50	1418049	1391274	1458232	21890	27228	38

表九：不同 $N_{g,max}$ 時 HGA 搜尋結果(N_P=10)

$N_{g,max}$	工程造價 (*NTD*)				平均分析次數	最佳解比例(%)
	平均值	最佳解	最差解	標準偏差		
10	1423639	1391274	1461234	20382	15110	21
20	1412513	1391274	1461234	22465	26472	47
30	1409079	1391274	1458232	22154	36417	60
40	1405819	1391274	1436417	20918	45424	66
50	1403286	1391274	1436417	19444	53724	71



圖三：不同 N_P 時平均造價隨 $N_{g,max}$ 之變化

由表七可知 HGA 於 N_P 為 3 個個體且 $N_{g,max}$ 為 10 代時，即有 2%的機會搜尋至全域最佳解。文獻[16]曾以 RGA 進行相同案子之分析，該成果指出當 N_P 為 10 個個體且 $N_{g,max}$ 為 100 代時，亦有 2%的機會搜尋至全域最佳解。雖然，HGA 所需之 N_P 及 $N_{g,max}$ 較少，惟 HGA 尚包含 MRDQA 的分析次數，其平均分析次數(4,098 次)約為 RGA(1,611 次)的 2.5 倍。雖然於相同 N_P(10 個個體)及 $N_{g,max}$(50 代)時，HGA 所得工程平均造價(1,403,286 元)較 RGA(1,520,100 元)節省 7.7%，且其工程造價之標準偏差(19,444 元)亦遠低於 RGA(59,805 元)，惟其平均分析次數(53,7246 次)卻為 RGA (809 次)的 66.4 倍左右。

從圖三的整體趨勢來看，工程平均造價會隨著 N_P 或 $N_{g,max}$ 的增加而減少，但減少的趨勢隨著 N_P 越多而越不明顯。此現象係因 HGA 會透過 MRDQA 將不可行解搜尋至可行解為止，因此當 N_P 越多時即代表 HGA 於每次迭代中，會產生較多的不可行初始解進行 MRDQA 搜尋，因此於較少的 $N_{g,max}$ 即可獲得較佳的設計解。此時須注意，雖然 N_P 越多則可選擇較少的 $N_{g,max}$ 進行分析，惟相對 N_P 增加時每一代所需進行 MRDQA 的次數亦隨之提升。如由表八及表九可知 HGA 於 N_P 為 10 個個體且 $N_{g,max}$ 為 20 代時，所需之平均分析次數(26,472 次)與 N_P 為 5 個個體且 $N_{g,max}$ 為 50 代之平均分析次數(27,228 次)相當接近，兩者之工程平均造價則相差不到 0.4%，但 HGA 於 N_P 為 10 個個體且 $N_{g,max}$ 為 20 代時，具有 47%的機會搜尋至全域最佳解。

綜合上述評論，本研究建議後續案例於 HGA 之分析時，可採用 P_c 為 0.8、P_m 為 0.10、N_P 為 10 個個體、$N_{g,max}$ 為 20 代進行分析。此參數組合於 JR 案例中，有 47%的機率搜尋至全域最佳解，且其工程平均造價為 1,412,513 元，與全域最佳解(1,391,274 元)約差 1.5%。

五、結論與建議

綜合本文所得之各項研究結果，茲摘要提出幾點結論與建議，以供各界參考。

1. 經 100 次的測試，HGA 所得平均工程造價與標準偏差則分別為 1,412,513 元和

22,465 元，相較於全域最佳解(1,391,274 元)，其平均誤差約為 1.5%，找到全域最佳解的機率約為47%，成效相當良好。

2. 雖然 HGA 所需時間較鄰點搜尋法(如 DLM 或 RDQA)長，惟此類演算法係隨機產生初始解，不需要建議初始解，故可預期 HGA 於不同樁基礎設計案例均具有相似的性能表現。
3. 本文建議之最佳化搜尋程序於處理離散非線性問題的能力是值得肯定的，且具有簡單的演算法則，值得更進一步的推廣與應用。
4. 本文所發展的樁基礎低價化設計已滿足一般工程設計之需求，未來可將此模式進行程式化，以供各界使用。

誌謝

本文承蒙國科會提供專題計畫之補助(NSC 94-2622-E-008-009-CC3)，謹此誌謝。

參考文獻

1. 鍾明劍，「樁基礎最佳化設計之研究」，博士論文，國立中央大學土木工程學系，中壢 (2006)。
2. 鍾明劍、黃俊鴻、莊德興，「相對差商法於群樁基礎設計最佳化之應用」，中國土木水利工程學刊，第十九卷，第一期，第 155-165 頁 (2007, EI)。
3. 鍾明劍、莊德興、黃俊鴻，「場鑄群樁基礎的低價化設計」，2005 年電子計算機於土木水利工程應用研討會，台南，台灣，第 401-407 頁 (2005)。
4. 日本道路協會，道路橋耐震設計相關資料集，日本道路協會，東京，第 2-1 ~ 2-139 頁 (1997)。
5. 日本道路協會，道路橋示方書・同解說 - 下部構造編，日本道路協會，東京 (2002)。
6. 日本道路協會，道路橋示方書・同解說 - 耐震設計編，日本道路協會，東京 (2002)。
7. 內政部建築研究所，建築物基礎構造設計規範，營建雜誌社，台北 (2001)。
8. 中國土木工程水利學會，混凝土工程設計規範與解說-土木 401-93，科技圖書，台北 (2005)。
9. 營建研究院，「營建物價」，台灣營建研究院，台北 (2004)。
10. Coello, C.A., “Theoretical and numerical constraint-handling techniques used with evolutionary algorithms: A Survey of the state of the art,” Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 191, No. 12, pp. 1245-1287 (2002).
11. Eshelman, L.J., and Schaffer, J.D., “Real-coded genetic algorithms and internal-schemata,” Foundations of Genetic Algorithms 2, San Mateo, CA: Morgan Kaufmann, pp. 187-202 (1993).
12. Michalewicz, Z., *Genetic Algorithms + Data Structures = Evolution Programs*, Springer-Verlag, New York (1992).
13. De Jong, K.A., “An analysis of the behavior of a class of genetic adaptive systems,” Ph.D. Dissertation, University of Michigan (1975).
14. 余書維，「遺傳演算法則於群樁低價化設計之應用」，碩士論文，國立中央大學土木工程研究所，中壢 (2003)。
15. Chai, S., and Sun, H.C., “A relative difference quotient algorithm for discrete optimization,” Structural Optimization, Vol. 12, No. 1, pp. 46-56 (1996).
16. 鍾明劍、莊德興、黃俊鴻，「實數編碼遺傳演算法於樁基礎低價化設計之應用」，第十二屆大地工程學術研究討論會，論文編號：A1-03，南投，台灣 (2007)。