

液化流動壓作用下側向樁之簡化解析解

黃俊鴻¹ 鍾明劍²

關鍵詞：液化、流動壓，側向樁，解析解。

摘 要

液化土流動壓作用下側向樁行為之分析是基樁抗液化設計之重要課題，常需以複雜之數值方法求解。本文提出一種液化流動壓作用下側向樁之簡化分析模式，推導出其解析解。與現地基樁損害案例進行計算比較，結果顯示此一簡化解析解，可合理掌握側向樁的受力與變形行為。

A SIMPLIFIED CLOSED-FORM SOLUTION FOR LATERAL PILE SUBJECTED TO LIQUFACTION-INDUCED FLOW PRESSURE

Jin-Hung Hwang Ming-Chien Chung

*Department of Civil Engineering
National Central University
Chung-li, Taiwan 32054, R.O.C.*

Key Words: liquefaction, flow pressure, lateral pile, closed form solution.

ABSTRACT

It is an important topic to analyze the behavior of lateral pile subjected to liquefaction-induced flow pressure in designing pile foundation in liquefiable ground. The analysis is complicated and usually solved by numerical methods. This paper presents a simplified closed form solution for the analysis. The solution is used to analyze the damaged case of pile due to lateral spreading caused by ground liquefaction during Kobe earthquake. The calculated result agrees the field performance well.

一、前 言

有地形高差之液化地盤，在地震中或地震結束後會發生地盤由高處往低處流動的現象，此時地中若有基樁或擋土結構物，將會由流動土壓作用其上。1995 年日本阪神地震在濱海地區與人工島有許多因流動土壓過大，造成基樁損害的案例報導。阪神地震後，日本道路協會所出版的「道路橋示方書・耐震設計篇」[1] 是全世界第一個將液化土流動壓列入基樁耐震設計考慮的規範。至此，液化土流動壓作用下側向樁行為引起地震工程界的重視。

在過去的研究中，有些是以離心機或震動台模型對液化土流動壓作用下側向樁之行為為機制，進行詳細的觀測

(Adachi *et al.* [2]; Horikoshi *et al.* [3]; Abdoun *et al.* [4]; Tokimatsu, [5])。也有對液化引起基樁損壞案例，進行詳細報導 (Berril *et al.* [6])。有些學者則根據模型試驗與現地案例調查結果提出液化流動壓作用下側向樁的分析方法 (Tamura *et al.* [7]; Tokimatsu and Asaka, [8]; Abdoun and Dobry, [9]; Dobry *et al.* [10]; Ashour and Norris, [11]; Lin *et al.* [12])。目前設計上考慮地盤流動對基樁的影響主要分成以地盤流動土壓或地盤流動變形來考量。以地盤流動土壓考量，可以「道路橋示方書・耐震設計篇」[1] 之規定為代表，本文簡稱力法。以地盤流動變形考量，可以 Tokimatsu and Asaka [8] 與 Ishihara and Cubrinovski [13] 為代表，本文簡稱位法。樁與流動液化土之互制行為，則大多以彈性

¹ 國立中央大學土木工程學系教授

² 國立中央大學土木工程學系博士、中興工程顧問社大地工程研究中心研究員

或非線性地盤上之溫克勒梁 (Wrinkler beam on elastic or non-linear foundation) 模式來分析，必要時要採用群樁模式進行分析。

有些則是對這個問題的研究成果做整體性的回顧 (黃 [14]; Berril and Yasuda, [15]; Finn and Fujita, [16])，這些研究指出若能對地盤流動力或流動變位作準確的估計，無論是採力法或位法進行分析，都可獲致令人滿意的結果，惟力法所需之土壤參數較少，分析步驟較明確。無論是力法或位法，過去的研究都使用數值分析方法對此問題進行分析，對大多數工程師而言，分析過程較為繁瑣，無法充分快速地考量各項因素的影響，進行有效率的设计。因此，目前工程師在设计上考慮地盤流動對基樁的影響尚不普遍。為此，本研究以日本道路協會之規範 [1] 為基礎，對此問題首先提出簡化分析模式，推導出解析解，讓工程師可以試算表進行快速大量的計算，瞭解各項因子對设计的影響。經與現地地震案例進行計算比對，顯示此一解析解可合理地掌握液化土流動壓作用下側向樁的受力與變形行為。

二、分析模式與簡化假設

2.1 日本道路協會(1996)液化流動壓之規定

日本道路協會 [1] 將液化土側向流動對樁基礎的作用，以圖 1 之液化流動力作用模式考量。圖中在需要考慮流動範圍之非液化土層與液化土層均以隨深度呈線性分佈的土壓力 $q_{NL}(x)$ 與 $q_L(x)$ ，作用在樁群上。 $q_{NL}(x)$ 與 $q_L(x)$ 可以式(1)與式(2)計算如下：

$$q_{NL}(x) = C_s C_{NL} K_p \gamma_{NL} x \quad 0 \leq x \leq H_{NL} \quad (1)$$

$$q_L(x) = C_s C_L \{ \gamma_{NL} H_{NL} + \gamma_L (x - H_{NL}) \} \quad H_{NL} \leq x \leq H_{NL} + H_L \quad (2)$$

其中

$q_{NL}(x)$: 非液化層中深度 x 處作用之單位面積流動力 (kN/m²)

$q_L(x)$: 液化層中深度 x 處作用之單位面積流動力 (kN/m²)

C_s : 水際線距離修正係數，如表 1 所示

C_{NL} : 非液化層中流動力修正係數，與液化指數 P_L (m²) 對應，查表 2

$$P_L = \int_0^{20} (1 - F_L)(10 - 0.5x) dx$$

F_L : 抗液化安全係數， $F_L \geq 1$ 時，取 $F_L = 1$

C_L : 液化層中流動力修正係數 (建議取 0.3)

K_p : 常時被動土壓力係數 (建議採用 Coulomb 被動土壓力係數)

$$\text{Coulomb 被動土壓力係數 } K_p = \frac{1 + \sin \phi}{1 - \sin \phi}$$

ϕ : 土壤摩擦角 (度)

γ_{NL} : 非液化層的平均單位體積重量 (kN/m³)

γ_L : 液化層的平均單位體積重量 (kN/m³)

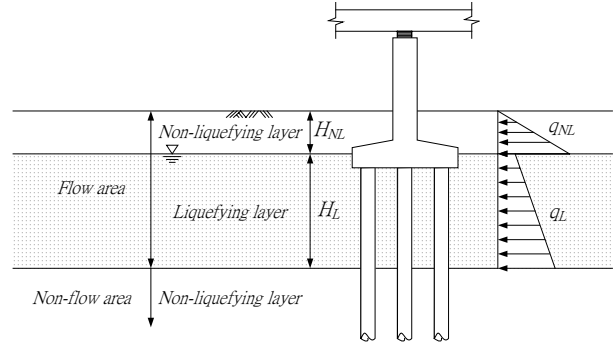


圖 1 液化流動力作用模式 (道路橋示方書, 1996)

表 1 水際線距離修正係數 C_s (道路橋示方書, 1996)

水際線距離 s (m)	修正係數 C_s
$s \leq 50$	1.0
$50 < s \leq 100$	0.5
$100 < s$	0

表 2 非液化層中流動力修正係數 C_{NL} (道路橋示方書, 1996)

液化指數 P_L (m ²)	修正係數 C_{NL}
$P_L \leq 5$	0
$5 < P_L \leq 20$	$(0.2 P_L - 1) / 3$
$20 < P_L$	1.0

x : 距地表面的深度 (m)

H_{NL} : 流動範圍之非液化土層厚度 (m)

H_L : 流動範圍之液化土層厚度 (m)

2.2 簡化假設

簡化假設最大的目的是想要將一個側向群樁的分析簡化成單根側向樁的分析。基本上假設樁帽為剛性，每根樁的尺寸與材料性質皆相同，在側向流動壓作用下，每根樁的樁頭水平位移一致，且每個樁所分擔的側向流動土壓都一樣大，所以就可近似地將圖 1 簡化成圖 2 之單樁分析模式。圖 2 之側向單樁分析模式中， h_{nl} 與 h_l 係指單樁承受非液化土層與液化土層之厚度；而圖 1 之液化流動力作用模式中， H_{NL} 與 H_L 係指從地表面開始計算流動範圍內非液化土層與液化土層之厚度。

式(1)與式(2)給出每單位面積之流動力，將其乘以基礎構材之寬度，即能算出每單位深度之流動力。如群樁基礎係以抵抗流動化方向兩端基樁之最外緣寬度(B)，而墩柱、樁帽或其他基礎形式係以柱寬、帽寬或基礎寬，乘以單位面積之流動力，求得各種基礎單位深度之流動力，側向流動力受力寬度之估算如圖 3 所示。最後將單位深度之流動力平均分擔給各根單樁即為單樁之流動力，因此非液化土層頂部、底部作用於單樁之單位深度流動力 q_{n1} 、 q_{n2} 如式(3)，液化土層頂部、底部作用於單樁之單位深度流動力 q_{l1} 、 q_{l2} 如式(4)。

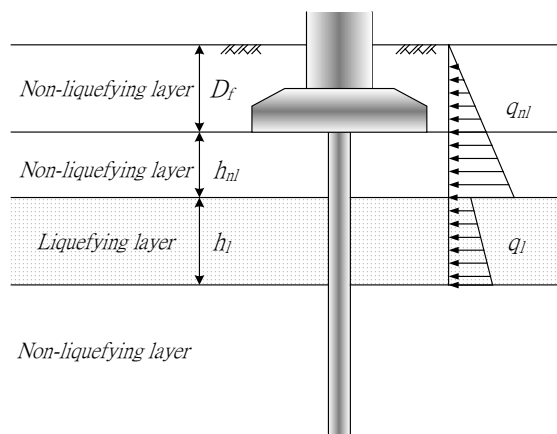


圖 2 流動壓作用下側向單樁分析模式

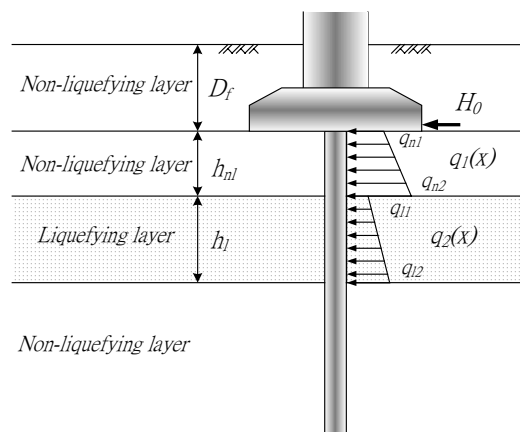
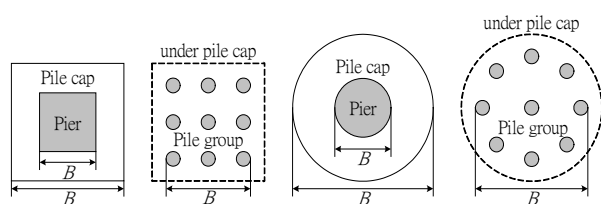


圖 4 流動壓作用下側向單樁流動力之計算模式



(a) 方形墩柱、樁帽與群樁受力寬度 (b) 圓形墩柱、樁帽與群樁受力寬度

圖 3 側向流動力受力寬度估算示意圖

$$q_{n1} = \frac{B(C_s C_{NL} K_p \gamma_{NL} D_f)}{N_{total}} \quad (3a)$$

$$q_{n2} = \frac{B[C_s C_{NL} K_p \gamma_{NL} (D_f + h_{nl})]}{N_{total}} \quad (3b)$$

$$q_{l1} = \frac{B\{C_s C_L [\gamma_{NL} (D_f + h_{nl})]\}}{N_{total}} \quad (4a)$$

$$q_{l2} = \frac{B\{C_s C_L [\gamma_{NL} (D_f + h_{nl}) + \gamma_L h_l]\}}{N_{total}} \quad (4b)$$

其中

q_{n1} 、 q_{n2} ：非液化土層頂部、底部作用於單樁之單位深度流動力 (kN/m)

q_{l1} 、 q_{l2} ：液化土層頂部、底部作用於單樁之單位深度流動力 (kN/m)

B ：基礎構材抵抗流動化方向之寬度 (m)

D_f ：樁帽埋設深度 (m)

h_{nl} ：單樁承受非液化土層流動力作用之厚度 (m)

h_l ：單樁承受液化土層流動力作用之厚度 (m)

N_{total} ：群樁數量

單根樁在流動範圍內非液化土層與液化土層單位深度之流動力 $q_1(x)$ 與 $q_2(x)$ 如式(5)、(6)計算且如圖 4 所示。

$$q_1(x) = q_{n1} + (q_{n2} - q_{n1}) \frac{x}{h_{nl}} \quad 0 \leq x \leq h_{nl} \quad (5)$$

$$q_2(x) = q_{l1} + (q_{l2} - q_{l1}) \frac{x - h_{nl}}{h_l} \quad h_{nl} \leq x \leq h_{nl} + h_l \quad (6)$$

其中

$q_1(x)$ ：非液化土層中深度 x 處作用於單樁之單位深度流動力 (kN/m)

$q_2(x)$ ：液化土層中深度 x 處作用於單樁之單位深度流動力 (kN/m)

x ：距基樁樁頂的深度 (m)

2.3 分析模式

圖 2 之流動壓作用下側向單樁分析模式，可將其分解成為兩個更簡單的分析模式，即將下部非流動範圍內非液化土層之基樁，以彈性側向樁模擬，流動範圍內之基樁則簡化成底部為彈性支承，頂部轉角為零之彈性梁問題進行分析，如圖 5 所示。上述問題都有解析解，再利用邊界條件與連續條件串連起來，即可得整個問題之解析解。

三、解析解推導

3.1 彈性支承梁控制方程

Timoshenko [17] 曾推導彈性梁控制方程如式(7a)，依均佈荷載向下作用為正，向上作用為負之 Timoshenko 符號系統，可推導荷載、剪力及彎矩間之關係如式(7b)、(7c)，且轉角為撓度之一次微分，故轉角如式(7d)。

$$EI \frac{d^4 y}{dx^4} = q(x) \quad (7a)$$

$$EI \frac{d^3 y}{dx^3} = -V(x) \quad (7b)$$

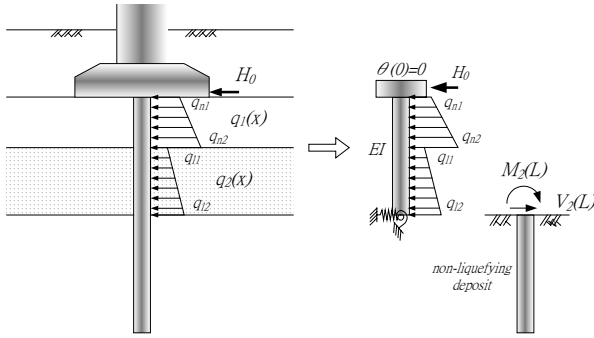


圖 5 彈性支承梁與彈性側向樁之分析模式

$$EI \frac{d^2 y}{dx^2} = -M(x) \quad (7c)$$

$$\frac{dy}{dx} = \theta(x) \quad (7d)$$

本文將流動範圍內之基樁簡化成底部為彈性支承，頂部轉角為零之彈性梁問題進行分析。此彈性支承梁又可分为非液化土層與液化土層兩段彈性梁控制方程，式(5)與式(6)單位深度之流動力即分別視為其均佈荷載，因此非液化土層與液化土層之彈性支承梁控制方程為式(8)與式(9)，故此分析模式共有八個待定係數需求解。

$$EI \frac{d^4 y_1}{dx^4} = q_1(x) = q_{n1} + (q_{n2} - q_{n1}) \frac{x}{h_{nl}} = S_1 x + T_1 \quad (8a)$$

$$EI \frac{d^3 y_1}{dx^3} = -V_1(x) = \frac{S_1}{2} x^2 + T_1 x + 6A_1 \quad (8b)$$

$$EI \frac{d^2 y_1}{dx^2} = -M_1(x) = \frac{S_1}{6} x^3 + \frac{T_1}{2} x^2 + 6A_1 x + 2B_1 \quad (8c)$$

$$EI \frac{dy_1}{dx} = EI\theta_1(x) = \frac{S_1}{24} x^4 + \frac{T_1}{6} x^3 + 3A_1 x^2 + 2B_1 x + C_1 \quad (8d)$$

$$EI y_1 = EI y_1(x) = \frac{S_1}{120} x^5 + \frac{T_1}{24} x^4 + A_1 x^3 + B_1 x^2 + C_1 x + D_1 \quad (8e)$$

$$EI \frac{d^4 y_2}{dx^4} = q_2(x) = q_{l1} + (q_{l2} - q_{l1}) \frac{x - h_{nl}}{h_l} = S_2 x + T_2 \quad (9a)$$

$$EI \frac{d^3 y_2}{dx^3} = -V_2(x) = \frac{S_2}{2} x^2 + T_2 x + 6A_2 \quad (9b)$$

$$EI \frac{d^2 y_2}{dx^2} = -M_2(x) = \frac{S_2}{6} x^3 + \frac{T_2}{2} x^2 + 6A_2 x + 2B_2 \quad (9c)$$

$$EI \frac{dy_2}{dx} = EI\theta_2(x) = \frac{S_2}{24} x^4 + \frac{T_2}{6} x^3 + 3A_2 x^2 + 2B_2 x + C_2 \quad (9d)$$

$$EI y_2 = EI y_2(x) = \frac{S_2}{120} x^5 + \frac{T_2}{24} x^4 + A_2 x^3 + B_2 x^2 + C_2 x + D_2 \quad (9e)$$

其中

S_1 、 T_1 ：非液化土層彈性支承梁控制方程解之已知係數

$$S_1 = \frac{(q_{n2} - q_{n1})}{h_{nl}}, \quad T_1 = q_{n1}$$

S_2 、 T_2 ：液化土層彈性支承梁控制方程解之已知係數

$$S_2 = \frac{(q_{l2} - q_{l1})}{h_l}, \quad T_2 = \frac{(h_{nl} - h_l) q_{l1} - h_{nl} q_{l2}}{h_l}$$

A_1 、 B_1 、 C_1 、 D_1 ：非液化土層彈性支承梁控制方程解之待定係數

A_2 、 B_2 、 C_2 、 D_2 ：液化土層彈性支承梁控制方程解之待定係數

3.2 彈性側向樁控制方程

Chang [18] 假設 (1) 水平地盤反力係數 k_h 隨深度為常數；(2) 當樁入土深度很大時 (即 $\beta L \geq \pi$ 時)，可視為半無限長樁處理，推導出彈性側向樁分析之解析解，且為道路橋示方書 [1] 收錄為側向樁之設計公式。本文以彈性側向樁模擬下部非流動範圍內非液化土層之基樁，並採用此法推導本文分析模式之彈性側向樁控制方程解。

Chang 推導之控制方程式如下：

$$\frac{d^4 y_3}{dx^4} + 4\beta^4 y_3 = 0 \quad (10)$$

式(10)之通解可寫成式(11a)，由 Chang 第二項基本假設可知當樁入土深度很大時，其彎矩與剪力皆為零，將此假設帶入式(11a)可得 E_1 、 $E_2 = 0$ ，因此通解可改寫為式(11b)。

$$y_3(x) = e^{\beta x} (E_1 \cos \beta x + E_2 \sin \beta x) + e^{-\beta x} (E_3 \cos \beta x + E_4 \sin \beta x) \quad (11a)$$

$$y_3(x) = e^{-\beta x} (E_3 \cos \beta x + E_4 \sin \beta x) \quad (11b)$$

利用本文彈性側向樁分析模式之邊界條件 (1) 作用於地表面之水平力為 $-V_2(L)$ ；(2) 作用於地表面之彎矩為

$$-M_2(L)，可解出 $E_3 = -\frac{(V_2(L) + \beta M_2(L))}{2EI\beta^3}$ 、 $E_4 = \frac{M_2(L)}{2EI\beta^2}$ ，則$$

彈性側向樁控制方程則可寫為下式：

$$V_3(x) = -EI \frac{d^3 y_3}{dx^3} = V_2(L) e^{-\beta x} [\cos \beta x - (1 + 2\beta h_0) \sin \beta x] \quad (12a)$$

$$M_3(x) = -EI \frac{d^2 y_3}{dx^2} = \frac{V_2(L)}{\beta} e^{-\beta x} [\beta h_0 \cos \beta x + (1 + \beta h_0) \sin \beta x] \quad (12b)$$

$$\theta_3(x) = \frac{dy_3}{dx} = \frac{V_2(L)}{2EI\beta^2} e^{-\beta x} [(1 + 2\beta h_0) \cos \beta x + \sin \beta x] \quad (12c)$$

$$y_3(x) = -\frac{V_2(L)}{2EI\beta^3} e^{-\beta x} [(1 + \beta h_0) \cos \beta x - \beta h_0 \sin \beta x] \quad (12d)$$

其中 $h_0 = \frac{M_2(L)}{V_2(L)}$ (m)，如圖 6 所示

β ：單樁之特徵值 (m^{-1})

EI ：單樁之撓曲剛度 ($kN \cdot m^2$)

3.3 邊界、連續與平衡條件

本文建議之分析模式共需八個方程式去求解待定係數，包括兩個邊界條件 ($x = 0$)、四個連續條件 ($x = h_{nl}$) 以及兩個平衡條件 ($x = h_{nl} + h_l = L$)。第一個邊界條件係基於假設基樁與樁帽為嵌固接合 (fixed)，因此樁頭頂部之轉角為零，如式(13a)所示。

$$\theta_1(0) = \left. \frac{dy_1}{dx} \right|_{x=0} = 0 \quad (13a)$$

液化流動範圍作用於基礎之水平力可由式(1)、式(2)之單位面積流動力，乘以對應之基礎構材寬度求得，將此水平力平均分擔至各根單樁即為各單樁樁頭所受之水平力 H_0 ，因此第二個邊界條件如式(13b)所示。

$$V_1(0) = -EI \left. \frac{d^3 y_1}{dx^3} \right|_{x=0} = -H_0 \quad (13b)$$

因流動範圍內之基樁簡化成非液化土層與液化土層兩段彈性梁問題進行分析，故非液化土層與液化土層交界處 ($x = h_{nl}$) 之撓度、轉角、剪力及彎矩均須具連續性，此四個連續條件如式(13c)~(13f)所示。

$$y_1(h_{nl}) = y_2(h_{nl}) \Rightarrow y_1 \Big|_{x=h_{nl}} = y_2 \Big|_{x=h_{nl}} \quad (13c)$$

$$\theta_1(h_{nl}) = \theta_2(h_{nl}) \Rightarrow \left. \frac{dy_1}{dx} \right|_{x=h_{nl}} = \left. \frac{dy_2}{dx} \right|_{x=h_{nl}} \quad (13d)$$

$$V_1(h_{nl}) = V_2(h_{nl}) \Rightarrow -EI \left. \frac{d^2 y_1}{dx^2} \right|_{x=h_{nl}} = -EI \left. \frac{d^2 y_2}{dx^2} \right|_{x=h_{nl}} \quad (13e)$$

$$M_1(h_{nl}) = M_2(h_{nl}) \Rightarrow -EI \left. \frac{d^3 y_1}{dx^3} \right|_{x=h_{nl}} = -EI \left. \frac{d^3 y_2}{dx^3} \right|_{x=h_{nl}} \quad (13f)$$

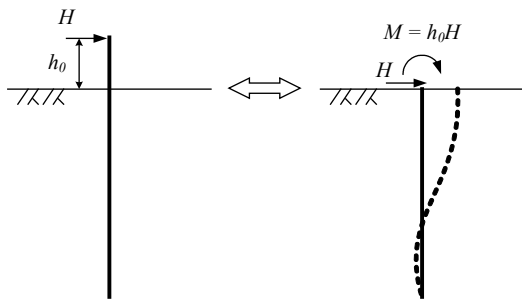


圖 6 彈性樁側向解析解 h_0 換算示意圖

平衡條件係指液化土層底部 ($x = h_{nl} + h_l = L$) 彈性梁之剪力及彎矩可作為彈性側向樁頭之外力，再透過側向樁樁頭彈簧係數即可求出彈性側向樁頭的變形行為。透過式(9)、式(12)與側向樁樁頭彈簧係數可將平衡條件寫成式(13g)與式(13h)。

$$K_1 y_2(L) + K_2 \theta_2(L) = K_1 y_3(0) + K_2 \theta_3(0) = -V_2(L) \quad (13g)$$

$$K_3 y_2(L) + K_4 \theta_2(L) = K_3 y_3(0) + K_4 \theta_3(0) = M_2(L) \quad (13h)$$

式中 K_1 、 K_2 、 K_3 及 K_4 為側向樁樁頭彈簧係數，如圖 7 所定義，計算公式如表 3。

式(13g)與式(13h)不僅代表液化土層底部彈性梁之剪力及彎矩可作為彈性側向樁頭之外力，亦自動滿足液化土層與非液化土層邊界的連續條件。

3.4 解析解之公式

由 3.1 節至 3.3 節知，彈性支承梁與彈性側向樁之分析模式可利用八個方程式解八個待定係數，即可完整解出彈性支承梁與彈性側向樁之控制方程。各段控制方程與待定係數之計算公式如表 4 所示。透過表 4 的解析解，可分析各段之受力與變形行為，將其整合即可完整求出單樁於側向流動力作用下之受力與變形行為。

四、現地基樁損害案例之計算比較

4.1 基樁損害案例概述

1995 年日本神戶大地震造成當地多處樁基礎因液化而產生嚴重的損害，其中位於神戶濱海地區之人工回填島

表 3 側向樁樁頭彈簧係數公式 (Chang, 1937)

	樁頭嵌固		樁頭鉸接	
	$h_0 \neq 0$	$h_0 = 0$	$h_0 \neq 0$	$h_0 = 0$
K_1	$\frac{12EI\beta^3}{(1+\beta h_0)^3+2}$	$4EI\beta^3$	$\frac{3EI\beta^3}{(1+\beta h_0)^3+0.5}$	$2EI\beta^3$
K_2, K_3	$K_1 \frac{1}{2} \left(h_0 + \frac{1}{\beta} \right)$	$2EI\beta^2$	0	0
K_4	$\frac{4EI\beta}{1+\beta h_0} \frac{(1+\beta h_0)^3+0.5}{(1+\beta h_0)^3+2}$	$2EI\beta$	0	0

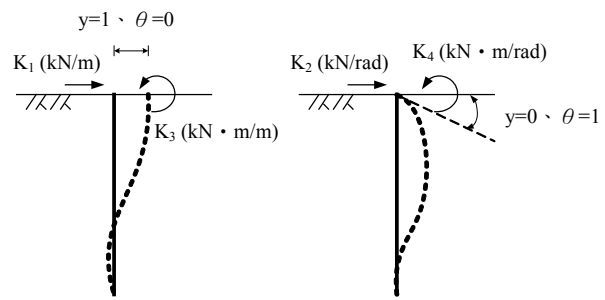
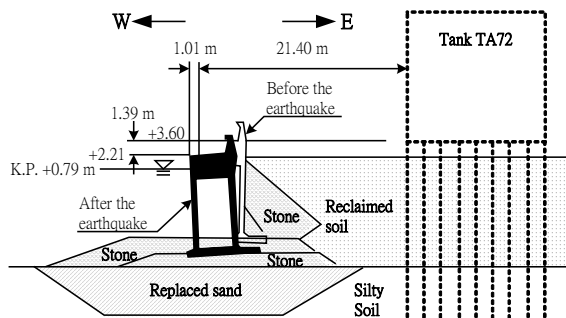


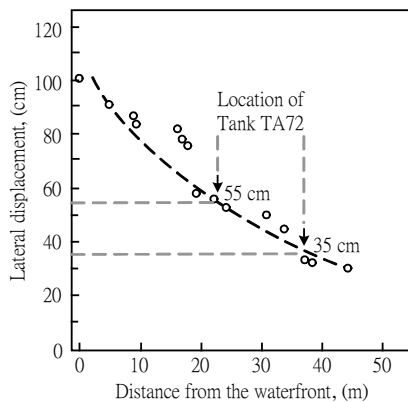
圖 7 彈簧係數 (K_1 、 K_2 、 K_3 、 K_4) 的定義示意圖

表 4 彈性支承梁與彈性側向樁之控制方程與待定係數

	彈性支承梁		彈性側向樁
	Non-liquefied	Liquefied	Non-liquefied
撓度 y	$y_1(x) = \frac{S_1}{120EI}x^5 + \frac{T_1}{24EI}x^4 + \frac{A_1}{EI}x^3 + \frac{B_1}{EI}x^2 + \frac{C_1}{EI}x + \frac{D_1}{EI}$	$y_2(x) = \frac{S_2}{120EI}x^5 + \frac{T_2}{24EI}x^4 + \frac{A_2}{EI}x^3 + \frac{B_2}{EI}x^2 + \frac{C_2}{EI}x + \frac{D_2}{EI}$	$y_3(x) = -\frac{V_2(L)}{2EI\beta^3} e^{-\beta x} [(1 + \beta h_0) \cos \beta x - \beta h_0 \sin \beta x]$
轉角 θ	$\theta_1(x) = \frac{S_1}{24EI}x^4 + \frac{T_1}{6EI}x^3 + \frac{3A_1}{EI}x^2 + \frac{2B_1}{EI}x + \frac{C_1}{EI}$	$\theta_2(x) = \frac{S_2}{24EI}x^4 + \frac{T_2}{6EI}x^3 + \frac{3A_2}{EI}x^2 + \frac{2B_2}{EI}x + \frac{C_2}{EI}$	$\theta_3(x) = \frac{V_2(L)}{2EI\beta^2} e^{-\beta x} [(1 + 2\beta h_0) \cos \beta x + \sin \beta x]$
彎矩 M	$M_1(x) = -\left(\frac{S_1}{6}x^3 + \frac{T_1}{2}x^2 + 6A_1x + 2B_1\right)$	$M_2(x) = -\left(\frac{S_2}{6}x^3 + \frac{T_2}{2}x^2 + 6A_2x + 2B_2\right)$	$M_3(x) = \frac{V_2(L)}{\beta} e^{-\beta x} [\beta h_0 \cos \beta x + (1 + \beta h_0) \sin \beta x]$
剪力 V	$V_1(x) = -\left(\frac{S_1}{2}x^2 + T_1x + 6A_1\right)$	$V_2(x) = -\left(\frac{S_2}{2}x^2 + T_2x + 6A_2\right)$	$V_3(x) = V_2(L) e^{-\beta x} [\cos \beta x - (1 + 2\beta h_0) \sin \beta x]$
A_1	$A_1 = H_0/6$		
B_1	$B_1 = \frac{S_1 - S_2}{6} h_{nl}^3 + \frac{T_1 - T_2}{4} h_{nl}^2 + B_2$		
C_1	$C_1 = 0$		
D_1	$D_1 = \frac{S_2 - S_1}{120} h_{nl}^5 + \frac{T_2 - T_1}{24} h_{nl}^4 + (A_2 - A_1) h_{nl}^3 + (B_2 - B_1) h_{nl}^2 + (C_2 - C_1) h_{nl} + D_2$		
A_2	$A_2 = \frac{S_1 - S_2}{12} h_{nl}^2 + \frac{T_1 - T_2}{6} h_{nl} + \frac{H_0}{6}$		
B_2	$B_2 = \frac{1}{2(K_2^2 L + EI K_1)} \left\{ -EIK_1 \left(\frac{S_2}{6} L^3 + \frac{T_2}{2} L^2 + 6A_2 L \right) - EIK_2 \left(\frac{S_2}{2} L^2 + T_2 L + 6A_2 \right) - K_2^2 \left(\frac{S_2}{24} L^4 + \frac{T_2}{6} L^3 + 3A_2 L^2 + C_2 \right) \right\}$		
C_2	$C_2 = \left(\frac{S_1 - S_2}{8} \right) h_{nl}^4 + \left(\frac{T_1 - T_2}{6} \right) h_{nl}^3$		
D_2	$D_2 = \frac{1}{K_1} \left[EI \left(\frac{S_2}{2} L^2 + T_2 L + 6A_2 \right) - \left(\frac{K_1}{120} L + \frac{K_2}{24} \right) S_2 L^4 - \left(\frac{K_1}{24} L + \frac{K_2}{6} \right) T_2 L^3 - (K_1 L + 3K_2) A_2 L^2 - (K_1 L + 2K_2) B_2 L - (K_1 L + K_2) C_2 \right]$		



(a) 堤岸移動示意圖



(b) 地盤側向變形量

圖 8 液化後堤岸移動示意圖與地盤側向變形量 (Ishihara and Cubrinovski, 2004)

(Mikagehama island) 發生地盤液化流動現象，導致堤岸向外側移約 1 公尺 (如圖 8 所示)，且造成人工島上儲油槽之群樁基礎受液化流動而引致基樁損害 (Ishihara and Cubrinovski [13])。本文針對人工島上離水際線約 20 公尺處之儲油槽 (編號 TA72) 損害案例進行分析，此儲油槽本身直徑約為 14.95 公尺，儲油容量約為 245 萬公升，在神戶地震中往水際線方向側移約 35 ~ 55 公分 (如圖 8 所示)。

群樁基礎係由 69 根高強度預鑄混凝土樁所組成，各單樁之直徑為 45 公分，長度為 23 公尺。Ishihara 與 Cubrinovski [13] 計算此高強度預鑄混凝土樁之彎矩—曲率圖如圖 9 所示，圖中 D_0 表基樁直徑、 N 表基樁所受之軸力，由圖 9 可知開裂彎矩 M_{cr} 、降伏彎矩 M_y 與極限彎矩 M_u 分別約為 105、200 與 234 kN·m；開裂剛度 $(EI)_{cr}$ 、降伏剛度 $(EI)_y$ 與極限剛度 $(EI)_u$ 分別約為 58333、18182 與 9957 kN·m²。當樁身彎矩達 M_{cr} 時，基樁勁度降低且拉力側之混凝土開始產生開裂；當樁身彎矩達 M_y 時，基樁斷面拉力側之鋼筋達降伏狀態，而超過 M_y 後，基樁勁度嚴重降低，且不再適用彈性分析；當樁身彎矩達 M_u 時，基樁即達極限破壞。基樁的極限剪力強度 V_u 約為 232 kN，當樁身剪力超過 V_u 時，即發生剪力破壞產生開裂甚至剪斷的現象。

儲油槽橫剖面與地質剖面如圖 10 所示，儲油槽基礎外圍曾施作深達 15 公尺之擠壓砂樁工法進行地盤改良，使基礎地盤之 SPT-N 值大幅提昇，土壤參數與液化評估結果如表 5 所列，表中液化評估結果係參考「道路橋示方書·耐震設計篇」[1] 有關砂質土層液化潛能判斷之規定計算。改良後之 SPT-N 值如圖 10 中方格符號點所示，群樁基礎與擠壓砂樁之打設如圖 11 分佈，本文地層資料採用改良後之

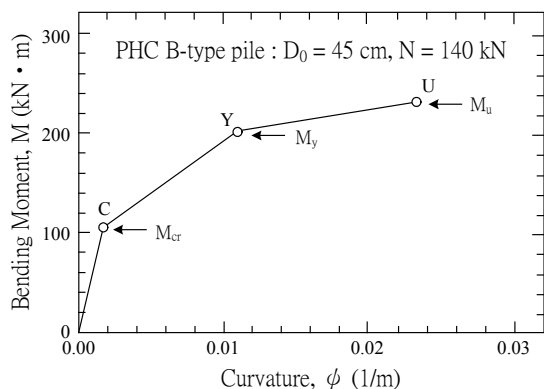


圖 9 高強度預鑄混凝土樁之彎矩—曲率圖 (Ishihara and Cubrinovski, 2004)

SPT-N 值進行分析。為瞭解基樁實際受損狀況，曾針對編號 No. 2 及 No. 9 基樁採用孔中攝影機與傾度管進行現地調查，並記錄基樁損害情況。調查結果發現 No. 2 及 No. 9 基樁因地盤側移造成嚴重的變形及損害，樁身 8 至 14 公尺處為主要損害範圍，其間產生許多裂縫，No. 2 基樁於 14 至 15 公尺處有明顯剪力損壞，No. 9 基樁於 10.5 公尺處因弱面產生基樁剪斷破壞，其破壞及變形情況分別如圖 12 及圖 13 所示。雖然實際上兩樁之水平變位並未一致，與本研究之假設有差距，此乃與油槽樁帽是否為完全剛性及各樁地層條件是否相同有關。由於兩者變形型態類似，水平變位量級相近，應可用於檢驗本研究解析解之適用性。

4.2 案例分析與比較

選用案例之地層情況經液化評估後(如表 5 所示)，地表至深度 2.5 公尺深度範圍內判定為非液化土層，自深度 2.5 公尺至 13.5 公尺共 11 公尺之深度範圍判定為液化土層。樁頭位於地表下 0.5 公尺處，故自樁頂起算有 13 公尺位於流動範圍內，包含 2 公尺厚位於非液化土層、11 公尺厚位於液化土層，此段以彈性支承梁模擬；底層 10 公尺位於非流動範圍內，此段以彈性側向樁模擬。樁頭承受之水平力係以表層 0.5 公尺範圍非液化土層之流動力，乘以受力構材寬度再平均分擔至各單樁，此案例樁頭所受之水平力約為 1.19 kN。非液化土層與液化土層單位深度之流動力依式(3)與式(4)計算，非液化土層頂部、底部單位深度之流動力分別為 4.47 kN/m、23.48 kN/m，液化土層頂部、底部單位深度之流動力分別為 3.01 kN/m、16.27 kN/m。本案例基樁受側向流動力之分析模式如圖 14 所示，各參數如表 6 所示。

將表 6 各參數代入式(8)、式(9)與式(12)可分別得到液化土層中彈性支承梁與非液化土層中彈性側向樁之變形、轉角、彎矩及剪力，整合三段資料則得本案例沿樁身之變形、轉角、彎矩及剪力分析結果如圖 15 至圖 18 所示。因基樁達降伏彎矩後須輔以數值程式進行非線性分析，或採迭代方式將各深度樁段依受力情況折減勁度進行分析，惟上述方式皆相當複雜，實務應用不易。本文基於提出簡化解析解之概念，因此文中所採之加權平均撓曲剛度 $(EI)_{av}$ 係依樁身在某一軸力作用下，於不同彎矩狀態之深度範圍

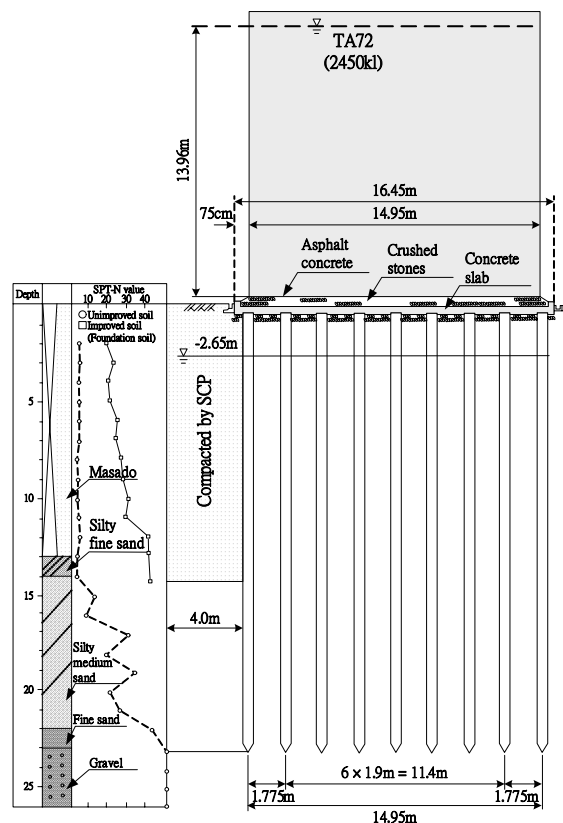


圖 10 儲油槽橫剖面與地質剖面圖 (Ishihara and Cubrinovski, 2004)

表 5 土壤參數及液化評估結果

深度 (m)	土壤種類	SPT-N 值	單位重 (kN/m ³)	摩擦角 (度)	F_L	液化評估	P_L
0.0 ~ 0.5	Masado Soil	7	18	29.1	-	非液化土層	-
0.5 ~ 2.5	Masado Soil	12	18	30.6	-	非液化土層	-
2.5 ~ 10.0	Masado Soil	17	18	30.4	0.68	液化土層	11.85
10.0 ~ 13.5	Masado Soil	17	18	30.4	0.59	液化土層	4.69
13.5 ~ 14.0	Silty Sand	25	18	34.5	1.29	非液化土層	0.00
14.0 ~ 17.0	Silty Sand	30	18	36.0	1.57	非液化土層	0.00
17.0 ~ 20.0	Silty Sand	30	18	39.0	3.26	非液化土層	0.00
20.0 ~ 23.5	Fine Sand	40	20	39.0	-	-	-

比，作為分配 $(EI)_{cr}$ 、 $(EI)_y$ 與 $(EI)_u$ 之權重，進行計算而得，本例之計算結果如表 7 所示。本文探討基樁於三種受力階段的行為，分別採用樁身達開裂時之撓曲剛度 $(EI)_{cr}$ 、樁身達降伏時之撓曲剛度 $(EI)_y$ 以及加權平均之撓曲剛度 $(EI)_{av}$ 進行分析。

為與現地受損之變形進行比較，將圖 12 與圖 13 中 No.2 與 No. 9 基樁之變形情況繪入圖 15 中進行比對。圖 15 結果顯示 No. 2 與 No. 9 基樁現地受損之變形與加權平均之楊氏模數狀態十分接近，且變化於樁身達開裂與樁身達降伏狀

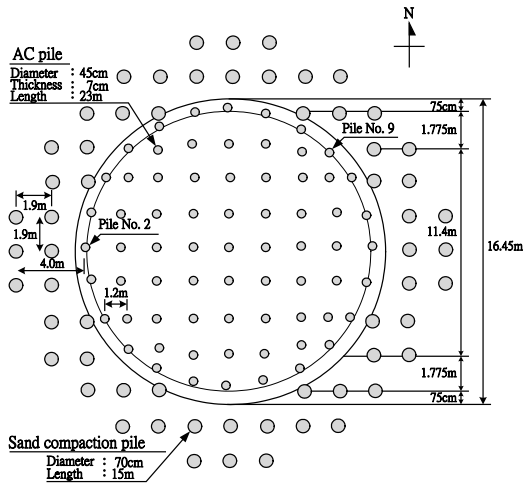


圖 11 群樁基礎與擠壓砂樁之配置情況 (Ishihara and Cubrinovski, 2004)

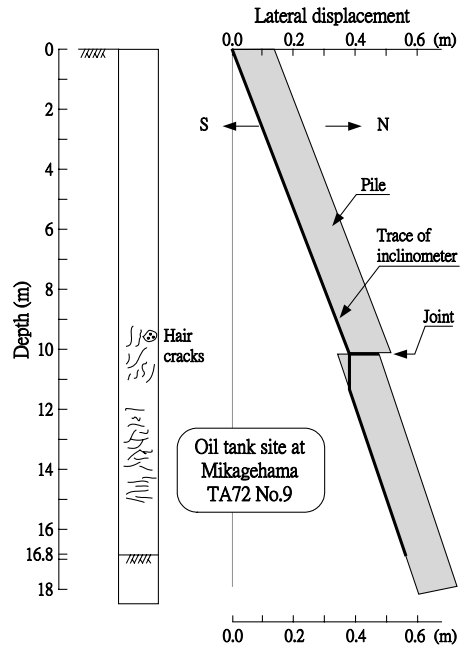


圖 13 No.9 基樁之側向位移及裂縫示意圖 (Ishihara and Cubrinovski, 2004)

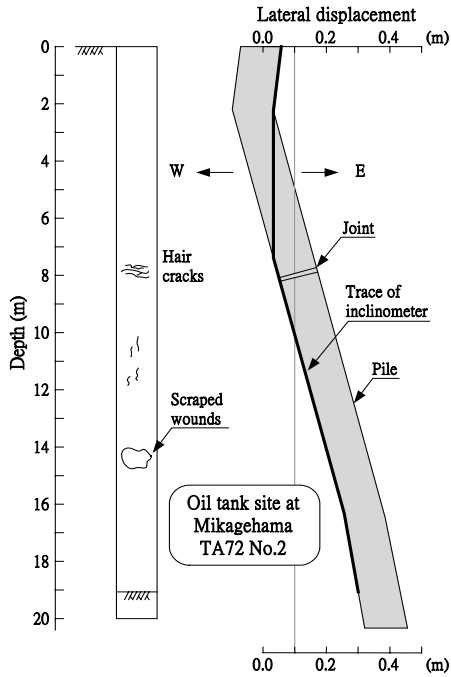


圖 12 No.2 基樁之側向位移及裂縫示意圖 (Ishihara and Cubrinovski, 2004)

表 6 側向樁筒化解析解之參數表

h_{nl} (m)	s (m)	P_L (m^2)	C_L	C_{NL}	β (m^{-1})
2.0	21.4	16.54	0.30	0.77	0.8831
h_l (m)	C_s	K_1 (kN/m)	K_2 (kN/rad)	K_3 (kN · m/m)	K_4 (kN · m/rad)
11.0	1.00	87003	49258	49258	55776
A_1	B_1	C_1	D_1	S_1	T_1
0.02	-15.68	0.00	1536.18	0.95	0.45
A_2	B_2	C_2	D_2	S_2	T_2
0.43	-17.17	2.18	1535.04	0.12	0.06

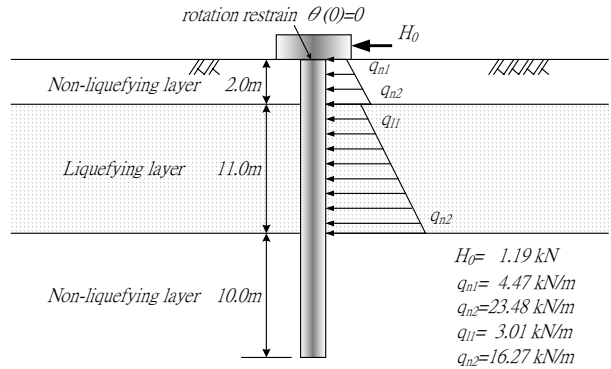


圖 14 基樁受側向流動力之分析模式 (TA72 儲油槽之群樁基礎)

態之間。若將圖 17 之樁身彎矩分佈以降伏彎矩 M_y 做分界，基樁於流動範圍內約一半樁身達到降伏狀態，另一半樁身則處於未開裂與開裂狀態，由此可瞭解圖 15 之結果相當合理。由圖 16 可知當撓曲剛度越小，樁身轉角則會增加，且最大轉角發生於液化土層內。

由圖 17 可評估基樁於樁身 0 至 7.5 公尺及 10 至 15 公尺範圍達開裂彎矩 (M_{cr})，此兩段範圍可能產生裂隙或裂縫的情況。由圖 18 可評估樁身於 13 至 15 公尺處產生極大的剪力轉折且超過極限剪力強度 V_u ，此區可能產生剪裂縫甚至基樁剪斷的情況。上述分析顯示非液化土層與液化土層之界面為主要破壞區且與圖 12 與圖 13 現地受損情況相當接近。

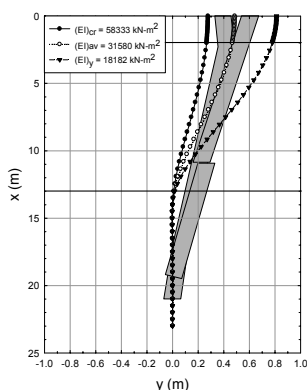


圖 15 樁身變形圖

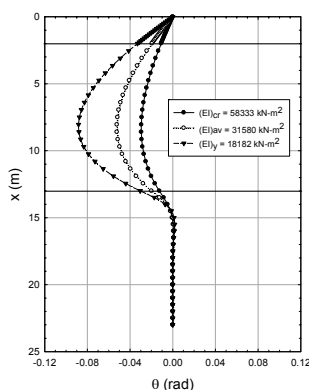


圖 16 樁身轉角圖

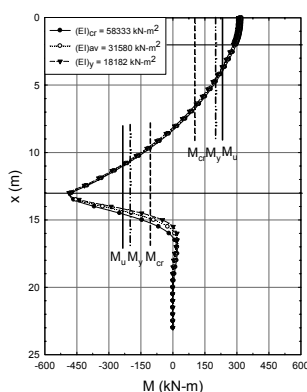


圖 17 樁身彎矩圖

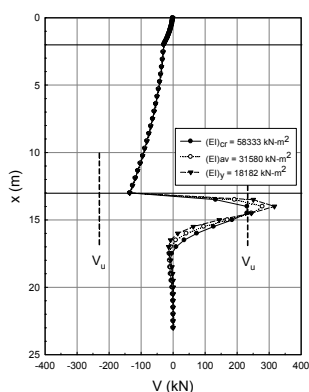


圖 18 樁身剪力圖

表 7 加權平均撓曲剛度 $(EI)_{av}$ 計算表

樁身彎矩狀態	EI ($\text{kN} \cdot \text{m}^2$)	深度範圍 (m)	權重
$< M_{cr}$	58333	11.01	0.479
$M_{cr} \sim M_y$	18182	3.77	0.164
$M_y \sim M_u$	9957	1.54	0.067
$> M_u$	0	6.68	0.290
總和		23.00	1.000
$(EI)_{av}$		31580 $\text{kN} \cdot \text{m}^2$	

五、結論與建議

綜合本研究所得之各項研究結果，茲摘要提出下列之主要結論與建議，以供各界參考運用。

1. 本文發展之解析解可合理地模擬基樁受側向流動力引致之變形行為，且可藉由沿樁身之彎矩與剪力分佈預測可能發生之破壞型式。現地案例分析顯示 No. 2 與 No. 9 基樁現地損害情況與解析解分析結果有良好的一致性。
2. 此一解析解可以 Microsoft® Excel 建立試算表，能大量快速地初步掌握側向樁的受力與變形行為，可簡便地探討不同條件下基樁的受力與變形行為，瞭解各項因子對設

計的影響。

3. 簡易分析模式中撓曲剛度的選取對變形及轉角具有顯著的影響，建議可依樁身實際承受彎矩狀態進行加權平均，求取適當之楊氏模數進行分析，案例分析顯示現地基樁受損之變形與以加權平均之撓曲剛度所得分析結果較為接近。
4. 本簡易分析模式所需之地層與土壤資料僅為 SPT-N 值、摩擦角、地盤種類及單位重等基本資料，即可進行評估不需透過複雜的數值程式分析，可方便工程師在工程實務設計之應用。
5. 本簡易分析模式無法依基樁不同受力階段，逐步調整撓曲剛度，僅能以迭代方式找出等值撓曲剛度。若要考慮樁材的逐步非線性，建議以有限元素或有限差分等複雜的數值方法，依照本研究之簡化分析模式，進行非線性求解。

參考文獻

1. 日本道路協會，道路橋示方書・同解說 - 耐震設計編，東京 (1996)。
2. Adachi, N., Miyamoto, Y., and Koyamada, K., "Shaking table test and lateral loading test for pile foundation in saturated sand," *Proceeding of Centrifuge 98*, Balkema, Rotterdam, pp. 289-294 (1998).
3. Horikoshi, K., Tateishi, A., and Tadafumi, F., "Centrifuge modeling of a single pile subjected to liquefaction-induced lateral spreading," *Soils and Foundations*, Vol. 38, No. 2, pp. 193-208 (1998).
4. Abdoun, T., Dobry, R., O'Rourke, T.D., and Goh, S.H., "Pile response to lateral spreads: centrifuge modeling," *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, Vol. 129, No. 10, pp. 869-878 (2003).
5. Tokimatsu, K., "Behavior and design of pile foundations subjected to earthquakes," Keynote speech, 12 ARC (2003).
6. Berrill, J.B., Christensen, S.A., Keenan, R.P., Okada, W., and Pettinga, J. R., "Case study of lateral spreading forces on a piled foundation," *Geotechnique*, Vol. 51, No. 6, pp. 501-517 (2001).
7. Tamura, K., Ninomiya, Y., and Hamada, T., "Estimation of effects of liquefaction-induced ground flow on bridge foundations," *28th Joint Meeting, US-Japan Panel on Wind and Seismic Effects*, UJNR, pp. 72-79 (1996).
8. Tokimatsu, K., and Asaka, Y., "Effects of liquefaction-induced ground displacement on pile performance in the 1995 Hyogoken-Nambu Earthquake," *Soils and Foundations*, Vol. 38, No. 2, pp.163-178 (1998).
9. Abdoun, T., and Dobry, R., "Evaluation of pile foundation response to lateral spreading," *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, Vol. 22, No. 9, pp. 1051-1058 (2002).
10. Dobry, R., Abdoun, T., O'Rourke, T.D., and Goh, S.H., "Single piles in lateral spreads: field bending moment evaluation," *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, Vol. 129, No. 10, pp. 879-889 (2003).
11. Ashour, M., and Norris, G., "Lateral loaded pile response in liquefiable soil," *Journal of Geotechnical and*

- Geoenvironmental Engineering*, Vol. 129, No. 6, pp. 404-414 (2003).
12. Lin, S.S., Chiang, C.C., Lee, W.F., and Chen, C.H., "Pile damage caused by lateral spread – analytical model and case studies," *2004 Taiwan-Japan Joint Workshop on Geotechnical Hazards from Large Earthquakes and Heavy Rainfall Tentative Proceeding* (2004).
 13. Ishihara, K., and Cubrinovski, M., "Case studies on pile foundations undergoing lateral spreading in liquefied deposits," *Proceeding of 5th International Conference on Case Histories in Geotechnical Engineering*, New York, Paper SOAP 5 (2004).
 14. 黃俊鴻, 「液化地盤中樁基礎之耐震設計」, 土工技術, 第 82 期, 第 65-78 頁 (2000)。
 15. Berrill, J., and Yasuda, S., "Liquefaction and piled foundations: some issues," *Journal of Earthquake Engineering*, Vol. 6, Special Issue 1, pp. 1-41 (2002).
 16. Finn, W.D.L., and Fujita, N., "Piles in liquefiable soils: seismic analysis and design issues," *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, Vol. 22, No. 9, pp. 731-742 (2002).
 17. Timoshenko, S., *Strength of Materials*, Van Nostrand, Princeton, p. 402 (1955).
 18. Chang, Y.L., "Discussion on 'Lateral pile loading tests,' by Feagin," *Trans ASCE*, Paper No. 1959, pp. 272-278 (1937).

	93年 12月 2日 收稿
	94年 10月 12日 修改
	94年 11月 3日 接受